

تمرینات سری هشتم: درس نظریه گروه

آخرین مهلت تحویل: ۳۰ اردیبهشت ماه ۱۳۸۷

در تمرین های زیر $\{e_i\}$ یک مجموعه از بردارهای متعامد بهنجار است. به عبارت دقیق تر بردار e_i برداری سطری است که تنها مولفه i آن برابر با یک و بقیه مولفه های آن برابر با صفرند.

۱ - مجموعه بردارهای زیر ریشه های جبری موسوم به جبر A_n را تشکیل می دهند:

$$\sum = \{e_i - e_j, -e_i + e_j \quad 1 \leq i < j \leq n\} \quad (1)$$

الف: مجموعه ریشه های مثبت را تعیین کنید.

ب: مجموعه ریشه های ساده را تعیین کنید.

ج: دیاگرام دینکین این جبر را رسم کنید.

۲ - مجموعه بردارهای زیر ریشه های جبر B_n را تشکیل می دهند:

$$\sum = \{e_i \pm e_j, -e_i \pm e_j, \pm e_j \quad 1 \leq i < j \leq n\} \quad (2)$$

الف: مجموعه ریشه های مثبت را تعیین کنید.

ب: مجموعه ریشه های ساده را تعیین کنید.

ج: دیاگرام دینکین این جبر را رسم کنید.

۳ - مجموعه بردارهای زیر ریشه های جبر C_n را تشکیل می دهند:

$$\sum = \{e_i \pm e_j, -e_i \pm e_j, \pm 2e_i, \pm 2e_j, \quad 1 \leq i < j \leq n\} \quad (3)$$

الف: مجموعه ریشه های مثبت را تعیین کنید.

ب: مجموعه ریشه های ساده را تعیین کنید.

ج: دیاگرام دینکین این جبر را رسم کنید.

۴ - مجموعه بردارهای زیر ریشه های جبر D_n را تشکیل می دهند:

$$\Sigma = \{e_i \pm e_j, -e_i \pm e_j, \quad 1 \leq i < j \leq n\} \quad (۴)$$

الف: مجموعه ریشه های مثبت را تعیین کنید.

ب: مجموعه ریشه های ساده را تعیین کنید.

ج: دیاگرام دینکین این جبر را رسم کنید.

۵ - جبر $su(4)$ را در نظر بگیرید. مطابق با آنچه که در مثال های متن درس آموخته اید

الف: ماتریس های زیر جبر کارتان را تعیین کنید.

ب: ماتریس های مربوط به ریشه هاراتعین کنید.

ج: ریشه های جبر را تعیین کنید.

د: ریشه های مثبت و سپس ریشه های ساده را تعیین کنید.

۶ - جبر $so(4)$ را در نظر بگیرید. مطابق با آنچه که در مثال های متن درس آموخته اید

الف: ماتریس های زیر جبر کارتان را تعیین کنید.

ب: ماتریس های مربوط به ریشه هاراتعین کنید.

ج: ریشه های جبر را تعیین کنید.

د: ریشه های مثبت و سپس ریشه های ساده را تعیین کنید.

۷ - جبر $so(5)$ را در نظر بگیرید. مطابق با آنچه که در مثال های متن درس آموخته اید

الف: ماتریس های زیر جبر کارتان را تعیین کنید.

ب: ماتریس های مربوط به ریشه هاراتعین کنید.

ج: ریشه های جبر را تعیین کنید.

د: ریشه های مثبت و سپس ریشه های ساده را تعیین کنید.

۸ - جبر $sp(4)$ را در نظر بگیرید. مطابق با آنچه که در مثال های متن درس آموخته اید

الف: ماتریس های زیر جبر کارتان را تعیین کنید.

ب: ماتریس های مربوط به ریشه هاراتعین کنید.

ج: ریشه های جبر را تعیین کنید.

د: ریشه های مثبت و سپس ریشه های ساده را تعیین کنید.
