
دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف
مکانیک کوانتومی ۲ - نیمسال دوم ۴۰۵-۱۴۰۴
تمرین سری سوم
تا اطلاع ثانوی نیازی به تحویل برگه های تمرین نیست

مسئله ۱:

همیلتونی یک دستگاه اسپین دار عبارت است از

$$H = A + B \frac{\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2}{\hbar^2} + C \frac{S_{1z} + S_{2z}}{\hbar} \quad (1)$$

فرض کنید

(الف) هر دو ذره یکسان اسپین 1/2 دارند،

(ب) یکی از ذرات اسپین 1/2 و دیگری اسپین 1 داشته باشد.

در هر دو حالت ویژه مقادیرها و ویژه توابع دستگاه دو ذره ای را بدست آورید.

مسئله ۲:

در یک دستگاه پروتون نوترون کم انرژی که دارای تکانه زاویه ای مداری صفر است انرژی پتانسیل با رابطه زیر داده شده است

$$V(r) = V_1(r) + V_2(r) \left(3 \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \right) + V_3(r) \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2, \quad (2)$$

که در آن r برداری است که دو ذره را بهم متصل میکند. انرژی پتانسیل این دستگاه را در حالت های زیر بدست آورید

(الف) در حالت تکتابی،

(ب) در حالت سه تایی.

مسئله ۳:

دو الکترون را در حالت تکتابی اسپین در نظر بگیرید:

(الف) اگر اندازه گیری اسپین یکی از الکترون ها نشان دهد که این الکترون در حالتی با $s_z = 1/2$ است، احتمال این را تعیین کنید که اندازه گیری مؤلفه z اسپین الکترون دیگر مقدار $s_z = 1/2$ را بدست دهد.

(ب) اگر اندازه گیری اسپین یکی از الکترون ها نشان دهد که این الکترون در حالتی با $s_y = 1/2$ است، احتمال این را تعیین کنید که اندازه گیری مؤلفه x اسپین مقدار $s_x = -1/2$ را برای الکترون دوم بدست دهد

(ج) اگر الکترون (۱) در حالتی باشد که با $\cos \alpha_1 \chi_+ + \sin \alpha_1 e^{i\beta_1} \chi_-$ و الکترون (۲) در حالتی باشد که با $\cos \alpha_2 \chi_+ + \sin \alpha_2 e^{i\beta_2} \chi_-$ توصیف شوند، احتمال این را بدست آورید که حالت دو الکترون یک حالت سه تایی باشد.