

دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

مکانیک کوانتومی ۲ - نیمسال دوم ۴۰۵-۱۴۰۴

تمرین سری دوم

تا اطلاع ثانوی نیازی به تحویل برگه های تمرین نیست

مسئله ۱ (۱۰ نمره):

دستگاهی با اسپین 1/2 را در نظر بگیرید که بردار حالت بهنجار شده آن عبارت است از

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha e^{i\beta} \end{pmatrix}.$$

احتمالی را محاسبه کنید که از اندازه گیری S_y مقدار $-\hbar/2$ بدست آید.

مسئله ۲ (۱۰ نمره):

دستگاهی با اسپین 1/2 را در نظر بگیرید. ویژه مقدارها و ویژه بردارهای عملگر $S_x + S_y$ را بدست آورید. فرض کنید این عملگر را اندازه گیری کرده ایم و دستگاه را در حالت مربوط به ویژه مقدار بزرگتر یافته ایم. احتمالی را محاسبه کنید که از اندازه گیری S_z مقدار $\hbar/2$ بدست آید.

مسئله ۳ (۱۰ نمره):

(الف) نشان دهید که برای بردار واحد دلخواه \hat{e} همواره خواهیم داشت

$$U_{\varphi}^{\hat{e}} \equiv \exp\left(i\frac{\hat{e} \cdot \mathbf{S}}{\hbar}\varphi\right) = \cos\frac{\varphi}{2}\mathbf{1}_{2 \times 2} + i\sin\frac{\varphi}{2}(\hat{e} \cdot \boldsymbol{\sigma}).$$

در این رابطه $\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}$ و $\boldsymbol{\sigma}$ ماتریسهای پاولی است. همچنین $\mathbf{1}_{2 \times 2}$ ماتریس واحد 2×2 است.

(ب) می دانید که عملگر $U_{\varphi}^{\hat{e}}$ عملگری است که در صورت اثر بر یک اسپینور باعث چرخش آن اسپینور حول محوری می شود که بردار واحد در جهت آن محور همان \hat{e} و زاویه چرخش φ است. فرض کنید می خواهید دورانهایی حول محور x ، y و z را از این طریق توصیف کنید. نمایش ماتریسی عملگرهای $U_{\varphi}^{\hat{x}}$ ، $U_{\varphi}^{\hat{y}}$ و $U_{\varphi}^{\hat{z}}$ را بدست آورید.