خلاصه: انتگرال‌های فاینمن در حد UV دارای بی‌نهایت‌ها هستند
برای آنکه رفتار این واگرایی‌ها را تحت کنترل داشته باشیم (قسمت واگرا را از قسمت‌های متناهی جدا کنیم) از روش نظم‌سازی استفاده کردیم

a) Cutoff Regularization

b) Lattice Regularization

c) Pauli - Villars Regularization

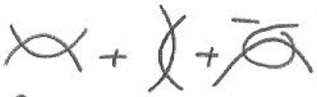
d) d - dimensional Regularization

---

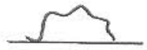
primitive نمودارهای

In $\lambda\varphi^4$ - theory

 $\dfrac{igm^2}{16\pi^2\epsilon}$ + finite

 $\dfrac{3ig^2\mu^\epsilon}{16\pi^2\epsilon}$ + finite

In QED

 $\Sigma^{(1)}(p) = \dfrac{g^2}{8\pi^2\epsilon}(-\not{p} + 4m) + \text{finite}$

 $\Pi^{(1)}_{\mu\nu}(p) = \dfrac{g^2}{6\pi^2\epsilon}(p_\mu p_\nu - p^2 g_{\mu\nu}) + \text{finite}$

 $\Lambda^{(1)}_\mu(p) = \dfrac{g^2}{8\pi^2\epsilon}\gamma_\mu + \text{finite}$

بازبهنجارش تئوری $\lambda\varphi^4$ در مرتبه تک حلقه :

لاگرانژی کلاسیک :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4!}\varphi^4$$
$$= -\frac{1}{2}\varphi(\underbrace{\Box + m^2}_{\text{inverse of the propagator}})\varphi - \underbrace{\frac{\lambda}{4!}\varphi^4}_{\text{leads to vertex}}$$

→ (free propagator)

• مهم : در تئوری‌های بازبهنجارش‌پذیر، جملات ∞ در مرتبه اول بسط اختلال از نوع همان جملاتی هستند که در لاگرانژی کلاسیک تئوری ظاهر می‌شود

✓ از این خاصیت می‌توان استفاده کرد تا کمیت‌های فیزیکی مدل نظیر جرم، ضریب جفت‌شدگی و غیره را بازتعریف (بازبهنجار) کرد.

تابع دو نقطه‌ای :

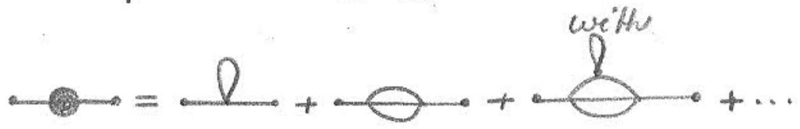
انتشارگر برهم‌کنشی

$$(\text{Self Energy}) = -i\Sigma^{(1)}(p) = \frac{igm^2}{16\pi^2\epsilon} + \text{finite}$$

$$D(p) = D^{(0)}(p) + D^{(0)}(p)\,(-i\Sigma(p))\,D^{(0)}(p) + \cdots$$
$$= D^{(0)}(p)\,\big(1 + (-i\Sigma(p))\,D^{(0)}(p) + \cdots\big)$$
$$= \frac{D^{(0)}(p)}{1 + i\Sigma(p)D^{(0)}(p)} = \frac{1}{(D^{(0)}(p))^{-1} + i\Sigma(p)}$$

$$D^{(0)}(p) = \frac{i}{p^2 - m^2} \quad \text{or} \quad \left(D^{(0)}\right)^{-1} = -i\,(p^2 - m^2)$$

$$\longrightarrow \quad D(p) = \frac{i}{p^2 - m^2 - \Sigma(p)} =$$



Use: $\quad -i\,\Sigma(p) = -i\,\Sigma_{div}(p) - i\,\Sigma_{finite}(p)$

قسمت واگرای خودانرژی — قسمت متناهی خودانرژی

$$D(p) = \frac{i}{p^2 - m^2 - \Sigma_{div}(p) - \Sigma_{finite}(p)} \quad ; \quad \Sigma_{div} = -\frac{g m^2}{16\pi^2 \epsilon}$$

• می‌خواهیم با بازتعریف (بازبهنجارش) کمیت جرم این ∞ را حذف کنیم؛ این کار با اضافه کردن جمله‌ای به نام Counterterm در لاگرانژی $\lambda\varphi^4$ کلاسیک انجام می‌شود.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 - \frac{1}{2}\delta m^2\varphi^2 - \frac{1}{4!}g\mu^\epsilon\varphi^4$$

• فرض کنید به جای استفاده از لاگرانژی قبلی از این لاگرانژی با جمله اضافه $\frac{1}{2}\delta m^2\varphi^2$ استفاده می‌کردیم و انتشارگر کامل را بدست می‌آوردیم

✓ در این صورت هم در انتشارگر آزاد و هم در انتشارگر مرتبه تک حلقه به جای m^2، عبارت $m^2 + \delta m^2$ ظاهر می‌شود:

انتشارگر در مرتبه تک حلقه : $\quad D^{(1)}(p) = \dfrac{i}{p^2 - (m^2 + \delta m^2) - \Sigma^{(1)}(p, m^2 + \delta m^2)}$

با توجه به اینکه $\Sigma^{(1)}$ را دوباره می‌توان به یک قسمت ∞ و یک قسمت متناهی تقسیم کرد، خواهیم داشت:

$$\left(D^{(1)}(p)\right)^{-1} = -i\left[p^2 - m^2 - \delta m^2 - \Sigma^{(1)}_{div}(m^2 + \delta m^2) - \Sigma^{(1)}_{f}(m^2 + \delta m^2)\right] + O(g^2)$$

$$= -i\left[p^2 - m^2 - \delta m^2 + \frac{g m^2}{16\pi^2\epsilon} + \frac{g\,\delta m^2}{16\pi^2\epsilon} - \Sigma^{(1)}_{f}(m^2 + \delta m^2)\right] + O(g^2)$$

✓ اگر $\delta m^2 = -\frac{g m^2}{16\pi^2\epsilon}$ انتخاب شود، ∞ مذکور در این مرتبه از بسط اختلال حذف می‌شود.

✓ از جمله $\frac{g\,\delta m^2}{16\pi^2\epsilon} = O(g^2)$ در این مرتبه از بسط اختلال می‌توان صرف‌نظر کرد (δm^2 خودش از مرتبه g است).

می‌دانیم
$$\Sigma_f^{(1)}(m^2+\delta m^2) = \Sigma_f^{(1)}(m^2) + \delta m^2 \frac{d}{dm^2}\Sigma_f^{(1)}(m^2) + O((\delta m^2)^2) \leftarrow \Sigma_f^{(1)}(m^2) \sim O(g)$$

با توجه به اینکه δm^2 از مرتبه g است، باز هم می‌شود از $\left(\delta m^2 \frac{d}{dm^2}\Sigma_f^{(1)} + O(g^2)\right)$ صرف‌نظر کرد.

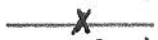
نتیجه اینکه اگر $\delta m^2 = -\frac{gm^2}{16\pi^2\epsilon}$ باشد، در اینصورت انتشارگر کامل بازبهنجارشده در مرتبهٔ اول بسط اختلال (مرتبهٔ تک حلقه) متناهی است.

$$\left(D^{(1)}(p)\right)_{renormalized} = \frac{i}{p^2 - m^2 - \Sigma_f(m^2,p^2)}$$

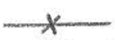
نمایش نموداری: این نتایج را می‌توان با استفاده از نمودارهای فاینمن به ترتیب زیر نشان داد:

ما در واقع به $\mathcal{L}$ کلاسیک یک جمله $\delta\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2}\delta m^2\varphi^2$ را اضافه کردیم که نقش تصحیح جرم را بازی می‌کرد.

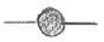
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \delta\mathcal{L}_m$$
$$= \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \frac{1}{2}(m^2+\delta m^2)\varphi^2 - \frac{g\varphi^4}{4!}$$

 =  +  $+ O(g^2)$

$-i\Sigma^{(1)}(p)$ $\qquad$ $-i\delta m^2$

اضافه کردن $\delta\mathcal{L}_m$ به $\mathcal{L}_0$ مانند اضافه کردن نمودار  همراه با insertion $(-i\delta m^2)$ است.

$-i\delta m^2$

 $= -i\left(\Sigma^{(1)}(p) + \delta m^2\right) + O(g^2)$

$$= -i\left(\cancel{\frac{-gm^2}{16\pi^2\epsilon}} + \Sigma_f^{(1)} + \cancel{\delta m^2}\right) + O(g^2)$$

برای اینکه فقط قسمت متناهی در بسط مرتبه اول باقی بماند

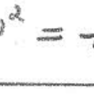
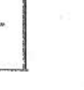
$$\boxed{\delta m^2 = +\frac{gm^2}{16\pi^2\epsilon}}$$

انتخاب می‌کنیم. و این همان نتیجه قبلی است

تابع ۴ نقطه‌ای:

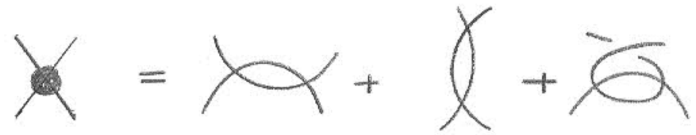
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - g\mu^\epsilon\frac{1}{4!}\varphi^4$$

Full vertex

 +  + . . .

1PI

$-ig\mu^\epsilon \quad + \quad \cdots$



$$+\,O(g^3) = -ig\mu^{\epsilon}\,\Lambda^{(1)} + O(g^3)$$

شامل تمام قسمت های متناهی دوائر

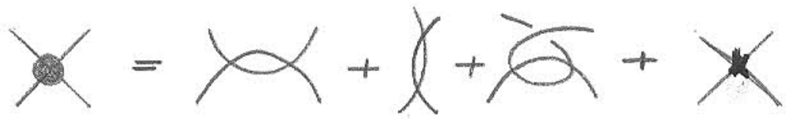
Full vertex : $\quad -ig\mu^{\epsilon} + \dfrac{3ig^2\mu^{\epsilon}}{16\pi^2\epsilon} - ig\mu^{\epsilon}\,\Lambda^{(1)}_{f} + O(g^3)$

$$= -ig\mu^{\epsilon}\left(1 - \frac{3g}{16\pi^2\epsilon} + \Lambda^{(1)}_{\text{finite}}\right) + O(g^3)$$

سؤال: چگونه می‌توان این ∞ را حذف کرد؟

$$\delta\mathcal{L}_g = \frac{-g\mu^{\epsilon}}{4!}\,\delta g\,\varphi^4$$

<u>One – loop level:</u>



$\leftarrow -ig\mu^{\epsilon}\delta g$

$$= -ig\mu^{\epsilon}\left(1 - \frac{3g}{16\pi^2\epsilon} + \delta g\right) + \text{finite}$$

برای اینکه ∞ دیگر ظاهر نشود (لااقل در مرتبه تک حلقه)

$$\boxed{\delta g = +\frac{3g}{16\pi^2\epsilon}}$$

$$-\frac{\mu^{\epsilon} g\varphi^4}{4!} \rightarrow -ig\mu^{\epsilon}$$

$$-\frac{\mu^{\epsilon} g\,\delta g\,\varphi^4}{4!} \rightarrow -ig\mu^{\epsilon}\delta g$$

• با در نظر گرفتن جمله counterterm ها داریم :

$$\mathcal{L} + \mathcal{L}_{ct} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - \frac{1}{2}(m^2 + \delta m^2)\varphi^2 - g\mu^{\epsilon}\frac{1}{4!}(1+\delta g)\varphi^4$$

* <u>روش کلی برای بازبهنجار کردن تئوری $\lambda\varphi^4$ (درجه تک حلقه) :</u>

Renormalization const. تعریف ثوابت بازبهنجارش $\longleftarrow$ (بازتعریف کمیت‌های m ، g ، φ :)

(۱) فرض کنید با لاگرانژی کلاسیک اولیه شروع کرده‌ام :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 - \frac{\mu^{\epsilon}}{4!}g\varphi^4$$

(۲) و لاگرانژی counter term (CT) را به آن اضافه کرده‌ام :

$$\mathcal{L}_{CT} = \frac{A}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - \frac{\delta m^2}{2}\varphi^2 - \frac{B\mu^{\epsilon}g}{4!}\varphi^4$$

(۳) لاگرانژی bare را تعریف می‌کنیم :

$$\mathcal{L}_{bare} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi_B\,\partial^\mu\varphi_B - \frac{1}{2}m_B^2\varphi_B^2 - \frac{1}{4!}g_B\varphi_B^4$$

با در نظر گرفتن

داریم: $\mathcal{L}_B = \mathcal{L} + \mathcal{L}_{CT}$

$$\mathcal{L} = \frac{(A+1)}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \frac{(m^2+\delta m^2)}{2}\varphi^2 - \frac{\mu^\epsilon}{4!}g(1+B)\varphi^4$$

$$= \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi_B\partial^\mu\varphi_B - \frac{m_B^2}{2}\varphi_B^2 - \frac{1}{4!}g_B\varphi_B^4$$

$\Rightarrow$

1. Term: $1+A \equiv Z_\varphi \rightarrow Z_\varphi\varphi^2 = \varphi_B^2 \rightarrow \varphi_B = Z_\varphi^{1/2}\varphi = (1+A)^{1/2}\varphi$

$$\boxed{\varphi_B = (1+A)^{1/2}\varphi} \quad \text{or} \quad \boxed{\varphi_B = Z_\varphi^{1/2}\varphi}$$

2. Term: $\varphi^2(m^2+\delta m^2) = \varphi_B^2 m_B^2$

$$\varphi^2(m^2+\delta m^2) = Z_\varphi\varphi^2 m_B^2$$

$$\boxed{\begin{gathered} \hookrightarrow m_B^2 = Z_\varphi^{-1}(m^2+\delta m^2) \equiv Z_m m^2 \\ Z_m = \frac{Z_\varphi^{-1}(m^2+\delta m^2)}{m^2} = \frac{m^2+\delta m^2}{m^2(1+A)} \end{gathered}}$$

3. Term: $g\mu^\epsilon(1+B)\varphi^4 = g_B\varphi_B^4$

use: $\varphi_B = Z_\varphi^{1/2}\varphi$

$$g\mu^\epsilon(1+B)Z_\varphi^{-2}\varphi_B^4 = g_B\varphi_B^4$$

$$g_B = g\mu^\epsilon(1+B)Z_\varphi^{-2} = \frac{g\mu^\epsilon(1+B)}{(1+A)^2} \equiv Z_g\, g\mu^\epsilon$$

$$\rightarrow Z_g = \frac{(1+B)}{(1+A)^2}, \quad g_B = g\mu^\epsilon Z_g$$

○ قدم بعدی: می‌خواهیم از روی نمودارهای فاینمن در مرتبه اول بسط اختلال Z_g ، Z_m و Z_φ را بدست آوریم
اطلاعاتی که از روی محاسبه loop بدست آورده بودیم:

a) $\delta\mathcal{L}_m = \frac{1}{2}\delta m^2\varphi^2 \longrightarrow \delta m^2 = \frac{g m^2}{16\pi^2\epsilon} + O(g^2)$

b) $\delta\mathcal{L}_g = -\frac{1}{4!}g\mu^\epsilon\delta g\varphi^4 \longrightarrow \delta g = \frac{3g}{16\pi^2\epsilon}$ $\Big\}$ $B = \frac{3g}{16\pi^2\epsilon} + O(g^2)$

$= -\frac{1}{4!}g\mu^\epsilon B\varphi^4$

که در مرتبه یک حلقه

c) $A = 0 + O(g^2) \rightarrow \boxed{Z_\varphi = 1 + A = 1 + O(g^2)}$

ii) $$Z_m = \frac{m^2 + \delta m^2}{m^2(1+A)} = \frac{1}{m^2}\left(m^2 + \frac{g m^2}{16\pi^2\epsilon}\right)\left(1+O(g^2)\right)^{-1}$$

$$\boxed{Z_m = 1 + \frac{g}{16\pi^2\epsilon} + O(g^2)}$$

iii) $$\boxed{Z_g = \frac{1+B}{(1+A)^2} = 1 + \frac{3g}{16\pi^2\epsilon} + O(g^2)}$$

Z_φ = Wave function renormalization const.

Z_m = Mass renormalization const.

Z_g = Coupling const. renormalization const.

One - loop renormalization of QED:

روش Renormalized perturbation theory:

$\mathcal{L}$ • ما از یک لاگرانژی کلاسیک با کمیتهای بازبهنجارشده شروع می‌کنیم

$\mathcal{L}_{CT}$ • این لاگرانژی را با لاگرانژی شامل counter term ها جمع می‌کنیم

• $\mathcal{L}+\mathcal{L}_{CT}$ را با $\mathcal{L}_B$ مقایسه می‌کنیم و نتیجه آن به‌دست آوردن ثوابت بازبهنجارش است.

برای تعیین این ثوابت در حد مرتبه یک اختلال باید از نتایج محاسبه نمودارهای خودانرژی و تابع رأس استفاده کنیم:

a) Fermion Self- Energy $(\rightsquigarrow Z_\psi, Z_m)$

b) Photon Self- Energy $(\rightsquigarrow Z_A)$

c) Vertex function $(\rightsquigarrow Z_g)$

$$\mathcal{L} = \bar\psi(i\not\partial - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A^\mu)^2 - g\mu^{\epsilon/2}\bar\psi \not A \psi$$

$$\mathcal{L}_{CT} = B\bar\psi(i\not\partial)\psi - A\bar\psi\psi - \frac{1}{4}C F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi}C(\partial_\mu A^\mu)^2 - gD\mu^{\epsilon/2}\bar\psi\not A\psi$$

$$\mathcal{L} + \mathcal{L}_{CT} = \mathcal{L}_B$$

$$\mathcal{L}_B = \bar\psi_B(i\not\partial - m_B)\psi_B - \frac{1}{2}A_\mu^B\left(-\Box g^{\mu\nu} + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)\partial^\mu\partial^\nu\right)A_\nu^B - g_B\bar\psi_B \not A^B \psi_B$$

$$\mathcal{L} + \mathcal{L}_{CT} = \bar\psi(i\not\partial)\psi(1+B) - (m+A)\bar\psi\psi - \frac{1}{2}(1+C)A_\mu\left(-\Box g^{\mu\nu} + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)\partial^\mu\partial^\nu\right)A_\nu - g\mu^{\epsilon/2}(1+D)\bar\psi\not A\psi$$

نامگذاری :

$$1+B = Z_2$$
$$1+C = Z_3$$
$$1+D = Z_1$$

a) $\bar{\psi}_B (i\partial\!\!\!/) \psi_B = \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/)\psi \, Z_2 \longrightarrow Z_2^{1/2}\psi = \psi_B$ or $\boxed{\psi = Z_2^{-1/2}\psi_B}$

b) $(m+A)\bar{\psi}\psi = m_B \bar{\psi}_B \psi_B$

$(m+A) Z_2^{-1} \bar{\psi}_B\psi_B = m_B \bar{\psi}_B\psi_B \longrightarrow \boxed{m_B = (m+A) Z_2^{-1}}$

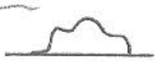
c) $Z_3 \, A_\mu A_\nu = A_\mu^B A_\nu^B \longrightarrow \boxed{A_\mu^B = Z_3^{1/2} A_\mu \text{ or } A_\mu = Z_3^{-1/2} A_\mu^B}$

d) $g\mu^{\epsilon/2}(1+D)\bar{\psi}A\!\!\!/\psi = g_B \bar{\psi}_B A\!\!\!/^B \psi_B$

$\rightarrow g\mu^{\epsilon/2}(1+D) Z_2^{-1} Z_3^{-1/2} \bar{\psi}_B A\!\!\!/^B \psi_B = g_B \bar{\psi}_B A\!\!\!/^B\psi_B$

$$\boxed{g_B = g\mu^{\epsilon/2} Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{-1/2}}$$

نمودارهای تک حلقه :



$$\Sigma^{(1)}_{div}(p) = \frac{g^2}{8\pi^2\epsilon}(-p\!\!\!/ + 4m)$$

$$\Pi^{(1)}_{\mu\nu\, div}(p) = \frac{g^2}{6\pi^2\epsilon}(p_\mu p_\nu - p^2 g_{\mu\nu})$$

$$\Lambda^{(1)}_{\mu\, div}(p) = \frac{g^2}{8\pi^2\epsilon}\gamma_\mu$$

تعیین $\underbrace{A \text{ ، } B \text{ ، } C \text{ ، } D}_{\text{counter terms (CT)}}$ بصورت نموداری :

اضافه کردن جملات CT در لاگرانژی کلاسیک منجر به اضافه شدن رئوس نموداری (insertion) به نمودارهای قبلی تا همین مرتبه تک حلقه می‌شود :

a)  $= -i\Sigma^{(1)} + iBp\!\!\!/ - iA$

$$= -i\Sigma^{(1)}_{div} - i\Sigma^{(1)}_{finite} + iBp\!\!\!/ - iA$$

$$= \frac{-ig^2}{8\pi^2\epsilon}(-p\!\!\!/ + 4m) + iBp\!\!\!/ - iA - i\Sigma_{finite}$$

$$A = \frac{-4mg^2}{8\pi^2\epsilon} = -\frac{mg^2}{2\pi^2\epsilon}$$

$$B = -\frac{g^2}{8\pi^2\epsilon}$$

با انتخاب A و B از روی نمودارهای تک حلقه اولین جمله بسط اختلالی این در CT بدست آمده است.

a) $\boxed{Z_2 = 1 + B = 1 - \frac{g^2}{8\pi^2\epsilon} + O(g^4)}$

b) $m_B = (m+A) Z_2^{-1}$

$$m_B = \left(m - \frac{mg^2}{2\pi^2\epsilon}\right)\left(1 - \frac{g^2}{8\pi^2\epsilon}\right)^{-1}$$

$$= \left(m - \frac{mg^2}{2\pi^2\epsilon}\right)\left(1 + \frac{g^2}{8\pi^2\epsilon}\right) = m - \frac{mg^2}{2\pi^2\epsilon} + \frac{mg^2}{8\pi^2\epsilon} + O(g^4)$$

$$= m\left(1 - \frac{3g^2}{8\pi^2\epsilon}\right) + O(g^4) \rightarrow \text{use} \quad m_B = Z_m m$$

$$\rightarrow \boxed{Z_m = 1 - \frac{3g^2}{8\pi^2\epsilon} + O(g^4)}$$

b) 

$$-i\Pi_{\mu\nu} + iCg_{\mu\nu}k^2 = -i\left(\Pi_{\mu\nu}(k) - Ck^2 g_{\mu\nu}\right)$$

$$A_\mu(\partial_\mu\partial_\nu - \partial^2 g_{\mu\nu})A_\nu$$

$$\approx -i\left(-k^2 g_{\mu\nu}\Pi(k^2) - Ck^2 g_{\mu\nu}\right) = +ig_{\mu\nu}k^2\left(\Pi(k^2) + C\right)$$

$$\Pi_{\mu\nu} = (k_\mu k_\nu - k^2 g_{\mu\nu})\Pi(k^2)$$

$$= ig_{\mu\nu}k^2\left(\Pi_{div}(k^2) + \Pi_{finite}(k^2) + C\right)$$

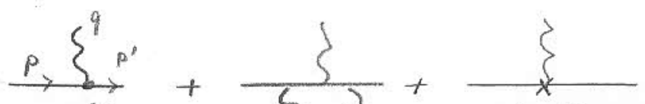
$$C = -\Pi_{div}(k^2) = -\frac{g^2}{6\pi^2\epsilon} + O(g^4)$$

$$\boxed{Z_3 = 1 + C = 1 - \frac{g^2}{6\pi^2\epsilon} + O(g^4)}$$

c) <u>Coupling constant renormalization:</u>

$$\mathcal{L}_B = \mathcal{L} + \mathcal{L}_{CT}$$

جمله برهم کنش $\quad -g(1+D)\mu^{\epsilon/2}\,\bar\Psi \not{A} \Psi$



p, q, p'

$-ig\mu^{\epsilon/2}\gamma_\mu \quad + \quad -ig\mu^{\epsilon/2}\Lambda_\mu \quad + \quad -ig\mu^{\epsilon/2}\gamma_\mu D \quad = \Gamma_\mu(p, p', q)$

$$\Gamma_\mu(p,p',q) = -ig\mu^{\epsilon/2}\left[(1+D)\gamma_\mu + \left(\Lambda_\mu^{div} + \Lambda_\mu^{f.}\right)\right]$$

$$\gamma_\mu D = -\Lambda_\mu^{div} = -\frac{g^2}{8\pi^2\epsilon}\gamma_\mu + O(g^4)$$

$$\rightarrow D = -\frac{g^2}{8\pi^2\epsilon} + O(g^4)$$

$$\rightarrow \boxed{Z_1 = 1 + D = 1 - \frac{g^2}{8\pi^2\epsilon} + O(g^4)}$$

همین‌طور نشان داده شد $\quad Z_1 = Z_2 \quad$ (در مرتبه اول اختلال)

* جالب است بدانیم که این رابطه در تمام مراتب اختلال صحیح است. $\longleftarrow$ Ward - identity

$Z_g = ?$

$$g_B = g\mu^{\epsilon/2} \underbrace{Z_1 Z_2^{-1}}_{=1} Z_3^{-1/2} = g\mu^{\epsilon/2} Z_3^{-1/2}$$

$$g_B = \underbrace{g\mu^{\epsilon/2} Z_3^{-1/2}}_{Z_g} \qquad \text{with } Z_3 = 1 - \frac{g^2}{6\pi^2\epsilon} + O(g^4)$$

$$\longrightarrow g_B = g Z_g$$

Renormalization of QED:

$$\mathcal{L} + \mathcal{L}_{ct} = i Z_2 \bar{\psi}\partial\!\!\!/\psi - (m+A)\bar{\psi}\psi - \frac{1}{2} Z_3 A_\mu\left(-\Box g^{\mu\nu} + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)\partial^\mu\partial^\nu\right)A_\nu$$
$$- g\mu^{\epsilon/2} Z_1 \bar{\psi}A\!\!\!/\psi$$

$\psi = Z_2^{-1/2}\psi_B \quad ; \quad Z_2 = (1+B)$ $\qquad$ مقایسه با گرایزی : Gore

$m_B = (m+A) Z_2^{-1} = Z_m m$

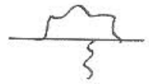
$A_\mu = Z_3^{-1/2} A_\mu^B \quad ; \quad Z_3 = (1+C)$

$g_B = g\mu^{\epsilon/2} Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{-1/2} \quad ; \quad Z_1 = (1+D)$

✓ Determination of A, B, C & D in one-loop level:

a)  $= -i\Sigma^{(1)}(p) = \frac{-ig^2}{8\pi^2\epsilon}(-p\!\!\!/ + 4m) +$ finite

b)  $= i\Pi^{\mu\nu}_{(1)}(p) = \frac{ig^2}{6\pi^2\epsilon}(p^\mu p^\nu - p^2 g^{\mu\nu}) +$ finite

c)  $= ig\mu^{\epsilon/2}\Lambda^{(1)}_\mu(p) = ig\mu^{\epsilon/2}\left(\frac{g^2}{8\pi^2\epsilon}\gamma_\mu\right) +$ finite

---

a) The fermionic part:

$$(\mathcal{L} + \mathcal{L}_{ct})_{fermion} = \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - m)\psi + i B \bar{\psi}\partial\!\!\!/\psi - A\bar{\psi}\psi$$

$\rightarrow$ انتشارگر کامل همراه با جملات ct $=$ —— + —⊗— + —×— +  + ...

$i\partial\!\!\!/ \rightarrow p\!\!\!/$ $\quad$ در فضای تکانه $\times -i$ $\Big\{ -i(p\!\!\!/ - m) + (-i\Sigma(p)) + Bp\!\!\!/ - iA$

یادآوری می‌کنیم که انتشارگر کامل فرمیونی با در نظر گرفتن خودانرژی ولی بدون در نظر گرفتن سهم Counter term ها عبارت بود از: