تبدیلات پیوسته و مولدهای انتقال و دوران ـ قوانین بقا :

(a) انتقال:

$$\psi(\vec r) \longrightarrow \psi(\vec r\,') = \psi(\vec r + \delta\vec r)$$

$$= \psi(\vec r) + \delta\vec r \cdot \vec\nabla_r \psi(\vec r) = (1 + \delta\vec r \cdot \vec\nabla_{\vec r})\psi(\vec r)$$

اگر $\hat{\vec p} = -i\hbar \vec\nabla_{\vec r} \longrightarrow \vec\nabla_{\vec r} = \frac{i}{\hbar}\hat{\vec p}$

$$\longrightarrow \psi(\vec r\,') = \left(1 + \frac{i}{\hbar}\delta\vec r \cdot \hat{\vec p}\right)\psi(\vec r)$$

$\delta\vec r$ پارامتر پیوسته مربوط به انتقال است (انتقال‌های بزرگ را می‌توان از تعقیب مرحله گذاشتن انتقال‌های کوچک بدست آورد):

$$D = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \delta\vec r \to \vec 0}} \left(1 + \frac{i}{\hbar}\delta\vec r \cdot \hat{\vec p}\right)^n \underset{\substack{\uparrow \\ \Delta\vec r \equiv n\delta\vec r}}{=} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\Delta\vec r \cdot \hat{\vec p}\right)$$

✓ عملگر D unitary است.

✓ می‌گوییم عملگر تکانه خطی مولد انتقال است.

<u>قانون بقای تکانه خطی</u> : اگر هملتونی یک سیستم مستقل از $\vec x$ بود، یعنی تغییرات هملتونی در جهت $\vec x$ به اندازهٔ $\delta\vec r$ مساوی صفر است، می‌گوییم سیستم در جهت $\vec x$ تقارن دارد.

اگر H مستقل از $\vec x$ باشد، درآنصورت $0 = [\hat{\vec p}, H]$

$\hat{\vec p}$ مولد انتقال در جهت $\vec x$ به اندازهٔ $\delta\vec r$

عملگر در تصویر هایزنبرگ $\hat{\vec P}_H(t) = U^{-1}(t,t_0)\,\hat{\vec P}_s\,U(t,t_0)$ $\qquad U(t,t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}H(t-t_0)}$

$$\longrightarrow \frac{d}{dt}\hat{\vec P}_H(t) = \frac{-i}{\hbar}\left[\hat{\vec P}_H(t), H\right] = 0 \qquad U^{-1}(t,t_0) = U(t_0,t)$$

با توجه به فرض ناوردائی H تحت انتقال در جهت $\vec x$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dt}\hat{\vec P}_H(t) = 0 \longrightarrow$$ پس تکانه خطی ثابت حرکت است

(b) <u>دوران</u> :

$R = 1 + \delta\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi}$ $\qquad$ دوران حول محور z به اندازهٔ زاویه $\delta\varphi$

$$J_z = (\vec r \times \vec p)_z = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$R = \left(1 + \frac{i}{\hbar}\delta\varphi J_z\right) \longrightarrow R = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \delta\varphi\to 0}} \left(1 + \frac{i}{\hbar}\delta\varphi J_z\right)^n$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \Delta\varphi = \delta\varphi\, n}}{=} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\Delta\varphi J_z\right)$$

قانون بقای تکانه دورانی:

اگر
$$[J_z(t), H] = 0 \longrightarrow \frac{d}{dt} J_z(t) = 0 \longrightarrow J_z = \text{const of motion}$$
$$\uparrow$$
$$i\hbar \frac{d}{dt} J_z(t) = [J_z(t), H]$$
که در قسمت های قبل بدست آوردیم

تبدیلات گسسته:

(a) پاریته: در مکانیک کوانتومی: در دستگاه دکارتی

$\vec{x} = (x, y, z)$

$\vec{x} \to -\vec{x}$ تبدیل پاریته

$$(x, y, z) \longrightarrow (-x, -y, -z)$$

در دستگاه قطبی

$\vec{r} = (r, \theta, \varphi)$

$$\vec{r}' \Rightarrow \begin{cases} r \to r = r' \\ \theta \to \pi - \theta = \theta' \\ \varphi \to \pi + \varphi = \varphi' \end{cases} \qquad \vec{x} = \begin{pmatrix} r \sin\theta\cos\varphi \\ r\sin\theta\sin\varphi \\ r\cos\theta \end{pmatrix} \to \vec{r}' = \begin{pmatrix} -r\sin\theta\cos\varphi \\ -r\sin\theta\cos\varphi \\ -r\cos\theta \end{pmatrix} = -\vec{r}$$

$$\sin\theta' = \sin\theta \qquad \sin\varphi' = -\sin\varphi$$
$$\cos\theta' = -\cos\theta \qquad \cos\varphi' = -\cos\varphi$$

✓ می دانیم که تابع موج در مکانیک کوانتومی می تواند (ولی لزومی ندارد) تحت تبدیل پاریته رفتار مشخص داشته باشد.

$$P\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r})$$

تابع زوج

تابع فرد

← این معادله ویژه مقداری برای P است و ± 1 ویژه مقادیر عملگر پاریته هستند.

✓ اگر همیلتونی H یک سیستم با عملگر پاریته جابجا شود $[H, P] = 0$ ← P, H ویژه حالتهای مشترک دارند. به عبارتی ویژه حالتهای انرژی، تحت پاریته زوج یا فرد هستند.

✓ از طرفی
$$[H, P] = 0 \longrightarrow \frac{d}{dt} P = 0 \longrightarrow P = \text{const}$$
به عبارت دیگر پاریته یک ثابت حرکت می شود (در طی زمان تغییر نمی کند).

✓ در مسئله اتم هیدروژن $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(r)$ ، $r = |\vec{r}|$ است، حتماً ویژه حالتهای انرژی یا زوج هستند یا فرد.

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \chi(r)\, Y_l^m(\theta, \varphi)$$
$$= \chi(r) \sqrt{\frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}\; \underbrace{P_l^m(\cos\theta)}_{\text{Associated Legendre polynomials.}}\, e^{im\varphi}$$

تحت

$$\varphi \to \pi + \varphi = \varphi' , \quad \theta \to \pi - \theta = \theta'$$

$$P_l^m(\cos\theta') = P_l^m(-\cos\theta) = (-1)^{m+l} P_l(\cos\theta)$$

$$e^{im\varphi'} = e^{im\varphi} e^{im\pi} = (-1)^m e^{im\varphi}$$

اثر عملگر پاریته روی هماهنگ کروی $\longrightarrow$

$$P Y_l^m(\theta,\varphi) = Y_l^m(\pi-\theta, \pi+\varphi) = (-1)^{2m+l} Y_l^m(\theta,\varphi)$$

$$= (-1)^l Y_l^m(\theta,\varphi)$$

$$\Longrightarrow \quad \psi(r', \theta', \varphi') = (-1)^l \psi(r, \theta, \varphi)$$

$l = 0, 2, 4, \ldots \qquad (-1)^l = +1 \qquad l = (s, d, \ldots)$

$l = 1, 3, 5, \ldots \qquad (-1)^l = -1 \qquad l = (p, f, \ldots)$

نکته: در مکانیک کوانتومی در تعدادی از گذارها (گذارهای اتمی) پاریته پایسته نیست:

در این نوع گذارها $\Delta l = \pm 1$ (اگر حالت اولیه پاریته فرد باشد $\leftarrow$ بعد از گذار پاریته زوج است)

(اگر حالت اولیه زوج باشد $\leftarrow$ بعد از گذار پاریته فرد است)

(این نکته برمی‌گردد به اینکه قسمت برهمکنش انرژی پتانسیل که موجب این گذار می‌شود با عملگر P جابجا نمی‌شود).

• پاریته یک عدد کوانتومی ضربی multiplicative است به این معنی که اگر $\psi = \varphi_a \varphi_b \ldots$ حاصلضربی از توابع φ_a، φ_b، ... باشد، پاریته ψ از حاصلضرب پاریته φ_a، φ_b، ... درست می‌شود.

پاریته در فیزیک ذرات: در فیزیک ذرات مفهوم پاریته با مفهوم آن در مکانیک کوانتومی کمی متفاوت است.

✓ در فیزیک ذرات بین Reflection و Inversion تفاوت می‌گذاریم

Reflection $\qquad (x, y, z) \longrightarrow (x, -y, z)$

Inversion $\qquad (x, y, z) \longrightarrow (-x, -y, -z)$

✓ در فیزیک ذرات (نظریه میدان کوانتومی) از مفهوم پاریته و عمل آن بر روی کمیت‌های اسکالر، برداری و ... بهره می‌برند

یادآوری:

s اسکالر	$Ps = +s$	کمیت اسکالر تحت پاریته تغییر نمی‌کند	
$\vec{v}$ بردار قطبی	$P\vec{v} = -\vec{v}$	یک بردار قطبی تحت پاریته به منفی خودش تبدیل می‌شود	polar vector
$\vec{L}$ بردار محوری	$P\vec{L} = +\vec{L}$	یک بردار محوری تحت پاریته تغییر نمی‌کند	axial vector

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$ ← بردار محوری

$$P(\vec{a}) = -\vec{a} \quad , \quad P(\vec{b}) = -\vec{b} \longrightarrow P(\vec{c}) = +\vec{c}$$

به علاوه کمیت‌های فوق با کمیت شبه اسکالر (pseudo - scalar) هم داریم

$$P(\vec{a}) = -\vec{a} \quad , \quad P(\vec{b}) = +\vec{b} \qquad P(\vec{a} \cdot \vec{b}) = -(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

vector　　　　axial vector

در اینجا $c = \vec{a} \cdot \vec{b}$ یک شبه اسکالر است.

• علاوه بر موارد فوق از نظریه میدان کوانتومی می‌دانیم که

«پاریته ذرات و پاد ذرات قرینه یکدیگرند».

← **قرارداد :** کوارک‌ها پاریته ذاتی مثبت دارند (برای سایر فرمیون‌ها هم همین گونه است).

آنتی کوارک‌ها پاریته ذاتی منفی دارند (" " آنتی " " " ").

حال با توجه به اینکه پاریته عدد کوانتومی ضربی است ← می‌توان پاریته ذرات مرکب را تعیین کرد:

باریون‌ها	qqq	$(+1)^3 = +1$	Octet	$J^P = \frac{1}{2}^+$
آنتی باریون‌ها	$\bar{q}\bar{q}\bar{q}$	$(-1)^3 = -1$	Decuplet	$J^P = \frac{3}{2}^+$

مزون‌ها	$q\bar{q}$	$(+1)(-1) = -1$	Pseudoscalar	$J^P = 0^-$
آنتی مزون‌ها	$\bar{q}q$	$(-1)(+1) = -1$	Vector	$J^P = 1^-$

نکته مهم: در اینجا پاریته‌های باریون‌ها و مزون‌ها با این فرض از روی پاریته کوارک‌ها تعیین شده‌اند که در حالت برانگیخته نباشند

اگر باشند یک ضریب $(-1)^l$ با $l \neq 0$ در پاریته ضرب می‌شود.

باریون برانگیخته　$(-1)^l$

مزون برانگیخته　$(-1)^{l+1}$

✓ در ضمن فوتون (تحت تبدیلات لورنتس) بردار است ← به همین علت پاریته آن فرد است

و همهٔ ذرات واسطه دیگر (گلوئون و Z^0 ، $W^\pm$)

✓ هیگز هم یک میدان اسکالر است و تحت پاریته تبدیل نمی‌شود.

در برهمکنش‌هایی که نیروی الکترومغناطیسی و قوی شرکت دارند، پاریته نقض نمی‌شود (مشکل strong CP-violation ؟)

در برهمکنش‌های ضعیف پاریته نقض می‌شود (شکست تقارن CP در برهمکنش ضعیف).

مثال نقض پاریته در

با دو ذره θ^+ و τ^+ داریم که هر دو مزون هستند. از هر لحاظ بسیار شبیه هستند (جرم، بار الکتریکی، اسپین و ...)
ولی فروپاشی آنها متفاوت است.

$$\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0 \qquad P(\theta^+) = -1 \qquad P(\pi^+\pi^0) = (-1)^2 = +1$$

$$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \qquad P(\tau^+) = -1 \qquad P(\pi^+\pi^+\pi^0) = (-1)^3 = -1$$

به این ترتیب فرایند فروپاشی θ^+ همراه با نقض پاریته است.

در سال ۱۹۵۶ مشخص شد که θ^+ و τ^+ هر دو نمونه‌هائی از یک ذره باشند (مزون K^+ $(u\bar{s})$) که فروپاشی آن در دو شاخه امکان‌پذیر است، در یک مورد $K^+ \to \pi^+\pi^0$
نقض پاریته داریم و در مورد دیگر $K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^0$ نقض پاریته نداریم

✓ در هر دو مورد $\Delta S \neq 0$ پس برهمکنش از نوع ضعیف است و با توجه به مشاهده نقض پاریته، به نظر می‌رسد در فرایندهای ضعیف پاریته بکلی نقض می‌شود.

Charge Conjugation

فرض کنید عملگر C عملگر Charge conjugation باشد

$$C\,|\text{particle}\rangle = |\text{antiparticle}\rangle$$

توجه کنید که این تبدیل صرفاً بار الکتریکی را معکوس نمی‌کند - اثر این عملگر باعث می‌شود که همهٔ اعداد کوانتومی ذره به اعداد کوانتومی پاد ذره تبدیل شود.

این اعداد عبارتند از: بار الکتریکی - بار باریونی - بار لپتونی - عدد شگفتی (strangeness) و غیره ...

✓ در نتیجه این تبدیل فقط جرم - انرژی - تکانه و اسپین ذره تغییر نمی‌کند

✓ این عملگر می‌تواند روی ذرات خنثی مثل نوترون یا نوترینو اثر کند

✓ درست مانند P که اگر دو بار اثر کند $P^2=1$ می‌شود، $C^2=1$ است.

پس C یک عملگر unitary است ⟵

$$C = C^{-1}$$

✓ برخلاف P که خاصیت ذاتی ذرات است، C یک خاصیت ذاتی نیست (C به عنوان ویژه مقدار عملگر C)

فقط ذراتی که خودشان و پادذره‌شان یکسان هستند یک عدد کوانتومی ذاتی به نام C دارند

مثل: فوتون γ و

ذرات مرکب: π^0، η، η'، ρ^0، φ، ω، J/ψ

$\rho^0 \rightarrow I=1 \;\; I_3=0$

$\pi^0 \rightarrow I=1, \; I_3=0$

$\eta, \eta' \rightarrow I=0, I_3=0$

ω, φ: $I=0$, $I_3=0$ $\left\{ \begin{array}{l} d\bar d \\ u\bar u \end{array} \right.$

$\underbrace{J/\psi}_{\bar c c}$

✓ به این عدد کوانتومی ذاتی charge conjugation number می‌گویند ← این عدد می‌تواند ۱- یا ۱+ باشد:

$$C|p\rangle = |\bar p\rangle = \pm|p\rangle \curvearrowright C=\pm 1$$

با فرض اینکه ذره و پادذره‌ها هم یکسان هستند

← به غیر از فوتون همه این ذرات که مقدار مشخص برای C دارند در مرکز ۸ تایی مزون‌های شبه اسکالر و برداری نشسته‌اند و از نظر بار الکتریکی خنثی هستند.

مثال نقض

✓ البته مزون K^0 با ترکیب $d\bar s$ از نظر بار الکتریکی خنثی است ولی پادذره‌اش خودش نیست

$$K^0(d\bar s) \xrightarrow{C} s\bar d = \bar K^0$$

ترکیب $\bar K^0$ از s, $\bar d$ با ترکیب K^0 با d و $\bar s$ متفاوت است. پس K^0 عدد C ذاتی ندارد.

قانون: همه مزون‌هایی که به صورت q_f، $\bar q_f$ با کوارک و پادکوارک ذاتی یکسان هستند، ویژه حالت عملگر C با ویژه مقدار $(-1)^{l+s}$ هستند که در آن

$l =$ orbital angular momentum

$s =$ total spin

مثلاً:

pseudo-scalar mesons: π^0, η, η'

$$l=0 \;,\; s=0 \xrightarrow{(-1)^{l+s}=C} J^{PC} = 0^{-+}$$

Vector mesons: ρ^0, φ, ω

$$l=0 \;,\; s=1 \xrightarrow{(-1)^{l+s}} J^{PC} = 1^{--}$$

$$C_\gamma = (-1)^{l+s} = (-1)^{0+1} = -1 \;\checkmark$$

نقض C :

• مانند پاریته عدد C یک عدد کوانتومی ضربی (multiplicative) است.

$$\pi^0 \to \gamma + \gamma$$

$$C(\pi) = +1 \qquad C(\gamma) = -1 \quad \rightarrow \quad +1 = (-1)^2$$

طرف چپ برای π^0 — طرف راست برای 2γ

• به این ترتیب در فروپاشی $\pi^0 \to \gamma + \gamma$ عدد C نقض نمی‌شود. چنین فروپاشی نیروی الکترومغناطیسی منشأ اصلی است.

• در مورد نیروی هسته‌ای قوی هم عدد C نقض نمی‌شود.

• ولی در مورد نیروی ضعیف هسته‌ای، C نقض می‌شود.

★ در طبیعت فقط نوترینوی چپ دست داریم. اگر C نقض نمی‌شد آنتی نوترینوی چپ دست هم در طبیعت یافت می‌شد. ولی نمی‌شود. آنتی نوترینو در طبیعت فقط راست دست است.

G_Parity

دیدیم:

a) $C|\text{particle}\rangle = |\text{antiparticle}\rangle$

b) $C^2 = 1 \rightarrow C = \pm 1$

c) $|\text{particle}\rangle = |\text{antiparticle}\rangle \Longrightarrow C|\text{particle}\rangle = \pm |\text{particle}\rangle$

ویژه مقدار $C = \pm 1$

در آن وقت عدد C یک عدد کوانتومی و ذاتاً برای ذره تعریف می‌شود.

✓ در ضمن دیدیم که این رابطه ویژه مقداری فقط برای تعداد کمی ذره خنثی قابل تعریف است (این ذرات ویژه حالتهای عملگر C هستند)

$$(\underbrace{\gamma, \pi^0, \eta, \eta', \rho^0, \omega, \phi}_{I_3 = 0}, \dots, \underbrace{e^- e^+}_{\text{positronium}})$$

✓ حال اگر اصرار داشته باشیم که برای ذرات باردار هم نوعی پاریته تعریف کنیم، می‌توانیم آن را از ترکیب C و یک عملگر که نوعی دوران در فضای SU(2) است تعریف کنیم:

$$G = CR = C \exp(-i\pi\tau_2)$$

زاویه دوران

$$\tau_2 = \frac{1}{2}\sigma_2 \qquad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

مولد دوران در فضای isospin

(a) اثر

$$e^{-i\pi\sigma_2} = -i\sigma_2 = \cos\frac{\pi}{2} - i\sigma_2 \sin\frac{\pi}{2}$$

$$= -i\sigma_2$$

$$-i\sigma_2 = -i\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-i\sigma_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{isospin up}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{isospin down}}$$

$$I_3 = +1/2 \xrightarrow{-i\sigma_2} I_3 = -1/2$$

بطور کلی

$$I_3 \xrightarrow{R = e^{-i\pi\tau_2}} -I_3$$

(b) ویژه مقادیر عملگر G:

$\chi(I, I_3 = 0)$ فرض کنید ابتدا ذره‌ای داریم با I غیر صفر و $I_3 = 0$

اثر دوران R در فضای isospin

$$\chi(I, 0) \xrightarrow{R} (-1)^I \chi(I, 0) \qquad (*)$$

حالا اگر C را روی این حالت بزنیم

$$G\chi(I,0) = CR\chi(I,0) = (-1)^I \underbrace{C\chi(I,0)}_{} = (-1)^{I+l+s}\chi(I,0) = G\chi(I,0)$$

برای ذرات با $I_3 = 0$ ، $C = (-1)^{l+s}$ عدد کوانتومی ذاتی آن ذرات است.

پس

$$C = (-1)^{l+s} \quad \text{و} \quad G = (-1)^I C$$

حال می‌خواهیم این توضیحات را از حالت $I_3 = 0$ به حالت $I_3 \neq 0$ تعمیم بدهیم و عدد G را برای ذراتی که C ندارند (C برای آنها عدد کوانتومی خوبی نیست) تعریف کنیم

ولی ابتدا توضیح $(*)$

در توضیح $(*)$: $\chi(I,0) \xrightarrow{R} (-1)^I \chi(I,0)$

✓ دیدیم که برای $Y^{lm=0}(\theta,\varphi)$ حالت $Y^{lm}(\theta,\varphi)$ اگر $\varphi \to \pi - \varphi$, $\theta \to \pi - \theta$ ببریم

$$Y^{l0}(\theta,\varphi) \longrightarrow (-1)^l Y^{l0}(\theta,\varphi)$$

$|l,0\rangle \longrightarrow (-1)^l |l,0\rangle$. این تبدیل دوران حول y (جهت ۲) به اندازه زاویه π است.

← تبدیلی هم که ما در نظر گرفتیم $R = e^{-i\pi\tau_2}$ در واقع دوران حول جهت ۲ در فضای isospin به اندازه زاویه π است

پس:

$$\chi(I,0) \xrightarrow[R = e^{-i\pi\tau_2}]{} (-1)^I \chi(I,0)$$

مثال:

a) $G|\pi^0\rangle = (-1)^{I_{\pi^0}} C_{\pi_0}|\pi^0\rangle = (-1)^1 (-1)^{\overset{l}{0}+\overset{s}{0}} |\pi^0\rangle$

$= -|\pi^0\rangle$

البته فرض کرده‌ایم که $l=0$ است.

b) برای ذره باردار $\pi^\pm$

$G|\pi^\pm\rangle = (-1)^{I_{\pi^\pm}} C_{\pi^\pm}|\pi^\pm\rangle = |\pi^\mp\rangle = ?\ |\pi^\pm\rangle$

$I_{\pi^\pm} = (-1)^{0+0} = +1$

$C_{\pi^\pm}$ تعریف نشده است

قرارداد: برای تعریف G برای همه ذرات بارداری که با ذرات خنثی در یک multiplet قرار گرفته‌اند با $I_3=0$

قرارداد می‌کنیم که G برای همه اعضای چندتایی مساوی باشد:

مثال ۱

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{مثلاً اگر}\quad G|\pi^0\rangle = -|\pi^0\rangle \\ \text{قرارداد می‌کنید}\quad G|\pi^\pm\rangle = -|\pi^\pm\rangle \end{array}}$$

مثال ۲ / برای مزون ρ ($\rho^0, \rho^\pm$) بنا به قرارداد G-parity برای هر ۳ ذره در این triplet مساوی

است با G-parity برای ρ^0 :

$G_{\rho^0} = (-1)^{I+l+s} = (-1)^{1+0+1} = +1$

$l=0$ فرض شده است

$\Rightarrow G_{\rho^0} = G_{\rho^+} = G_{\rho^-} = +1$

نکته: حالا اگر به واپاشی‌های $\rho \to 2\pi$ و $\rho \to 3\pi$ توجه کنیم:

$G_\rho = +1$ $\quad G_\pi = -1$ $\quad G_{\pi+\pi} = (-1)^2 = +1$

ولی $\quad G_{3\pi} = (-1)^3 = -1$

پس در واپاشی $\rho \to 2\pi$ ، G-parity ناوردا می‌ماند در حالی که در واپاشی $\rho \to 3\pi$

G-parity در طرف رابطه یکسان نیست و به این ترتیب ناوردایی نقض می‌شود

• در طبیعت $\rho \to 2\pi$ انجام می‌شود و $\rho \to 3\pi$ انجام نمی‌شود. پس می‌گوییم در طبیعت G-parity ناوردا است.

✓ البته باید تعداد زیادی مثال وجود داشته باشد تا این گزاره تأیید شود، ولی وقتی تأیید شد، قطعاً می‌تواند

به عنوان یک اصل به ما کمک کند که ذرات حاصل از یک فروپاشی را حدس بزنیم.

مثال مشابه: ⟵ $\omega \to 2\pi$ و $\omega \to 3\pi$

$\phi \to 2\pi$ و $\phi \to 3\pi$ و غیره: