برنامه درس ریاضیات ساختی
(آنالیز ساختی و محاسباتی)

رسول رمضانیان

موضوع درس: در آنالیز ریاضی قضایای وجودی زیادی هست که اثبات می‌کند عدد حقیقی وجود دارد که در شرایطی مشخص صدق می‌کند. اما این قضایا به نحوی اثبات شده‌اند که به ما نمی‌گوید چگونه می‌توان این عدد حقیقی را ساخت یا (حداقل با تقریبی مناسب) محاسبه کرد. برای مثال فرض کنید یک مهندس مکانیک از ایران خودرو به من مراجعه کند و بگوید برای آنکه در پژوه ۴۰۵ ترمز ضد قفل تعبیه شود ! نیاز است تا مستطیلی با طول گنگ a و عرض گنگ b ساخته شود بطوریکه a^b گویا باشد، و از من بخواهد که این دو عدد (یا حداقل تقریبی از این دو عدد) را به او بدهم.

قضیه: دو عدد گنگ a, b وجود دارد بطوریکه a^b گویا است.

برهان: یا $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ گنگ یا گویا. اگر گویا باشد که مساله تمام است. اگر گنگ باشد قرار می‌دهیم $a = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ و $b = \sqrt{2}$.

اثبات بالا به مهندس مکانیک هیچ کمکی نمی‌کند.

در این درس به مطالعه این مباحث خواهیم پرداخت که چه توابع و عملگرهایی در آنالیز محاسبه‌پذیر است. شکل محاسبه‌پذیر قضایای آنالیز همانند هان‌باناخ و بیر چگونه خواهد بود؟

پیشنیاز: منطق ریاضی، آنالیز ریاضی

بخشهایی از درس:

۱. منطق ساختی
۲. محاسبه پذیری و ماشینهای تورینگ نوع ۲
۳. محاسبه پذیری روی فضای کانتور
۴. اعداد حقیقی و توابع حقیقی محاسبه پذیر
۵. مجموعه‌های بسته، و فشرده محاسبه‌پذیر
۶. عملگرهای محاسبه‌پذیر (انتگرال و مشتق) روی فضای توابع پیوسته و تحلیلی
۷. پیچیدگی محاسبه (پیدا کردن صفر توابع)
۸. فضاهای هیلبرت، قضیه هان‌باناخ
۹. قضیه بیر

مراجع:

[1.] K. Weihrauch, **Computable Analysis, an introduction**, 2000.
[2.] D. Bridges, L.S. Vita, Techniques of Constructive Analysis, 2006.

کتابهایی دیگر:

[3]. O. Alberth, **Computable Analysis,** 1980
[4]. A. Zomorodian, **Topology for Computing**, 2005