بدلیل بازگرمایش کیهانی

$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = 1.4$

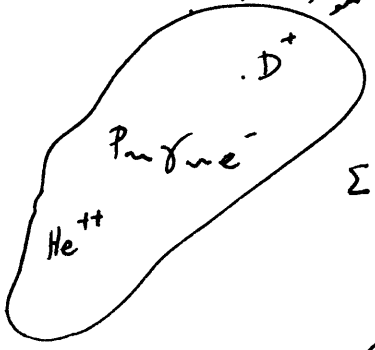
$T_\gamma, T_\nu \propto \frac{1}{a}$

شاره کیهانی $P, e, \gamma, D, Li, He, {}^3He, {}^4He$

سنتز هسته‌ای : Structure Formation T. Padmanabhan

Subir Sarkar , oxford University

- هسته‌ها از هسته‌های سبک



$\Sigma q_i = 0$

$p + e \rightarrow H + \gamma$

$He^{++} + e \rightarrow He^{+} + \gamma$

$He^{+} + e^{-} \rightarrow He + \gamma$

انرژی eV

برهم‌نشست فوتون با ذره باردار

۱- پراکندگی تامسون : فوتون به صورت موج الکترومغناطیس به ذره برخورد کرده و ذره باردار را به نوسان وامی دارد و ذره باردار تابش می‌کند.

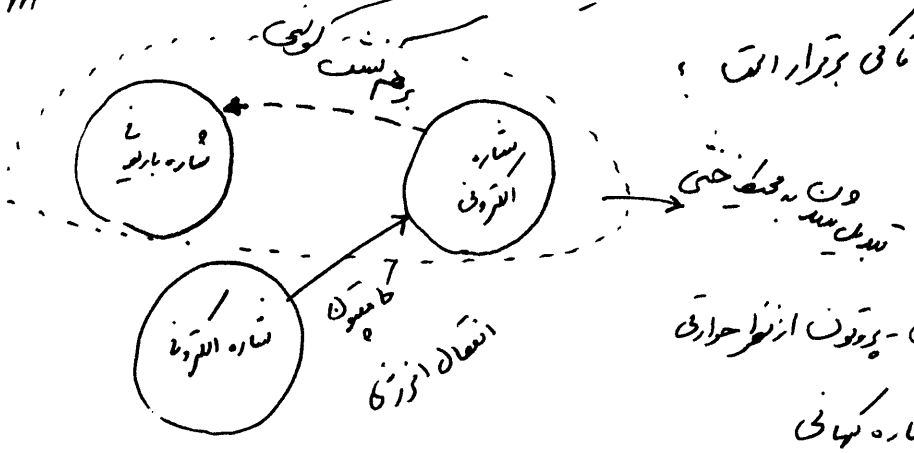
۲- پراکندگی کامپتون : فوتون پرانرژی، به صورت ذره برهم‌نشش می‌کند.

- انرژی از شاره فوتونی به شاره الکترونی منتقل می‌شود.

سؤال : آیا از شاره الکترونی، انرژی منتقل می‌شود به شاره باریونی.

سؤال : تعادل ترمودینامیکی تا کی برقرار است ؟

$\sigma_T \propto \frac{1}{m^2}$ سطح برخورد تامسون

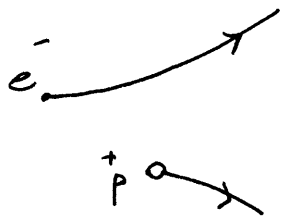


- زمان واجفتیدگی الکترون - پروتون از نظر حرارتی

- واجفتیدگی فوتون از شاره کیهانی

- زمان تشکیل اتم خنثی

برهم کنش کولنی : مسئله برانگیزنده



$$p_e = p_e' + p_p$$

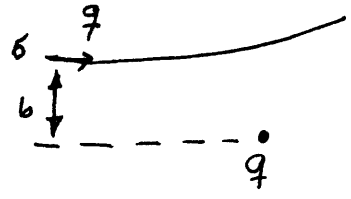
$$E_e = E_e' + E_p + E_\gamma$$

تولید فوتون

طول پویش آزاد : $\lambda = (\sigma n)^{-1}$

شرط برخورد پروتون - الکترون $\lambda < H^{-1}$

برای سطح مقطع برهم کنش کلاسیک :



Δt : مدت زمان برهم کنش

تغییر تکانه $\Delta p = F_y \Delta t$

$$\Delta p = \frac{q^2}{b^2} \Delta t$$

تغییر تکانه از مرتبه خود تکانه باشد. b : فاصله‌ای است که در آن تغییر شدت از مرتبه شدت باشد

$$\begin{cases} \Delta p \sim p \\ \Delta t = \frac{b}{v} \end{cases} \quad \Delta p = F_x \Delta t \quad \rightarrow \quad p \sim v = \frac{q^2}{b^2} \cdot \frac{b}{v} \quad \rightarrow \quad b \sim \frac{v^{-2}}{q^{-2}}$$

$$\rightarrow \quad b \sim \frac{q^2}{m v^2} \qquad \sigma = \pi b^2 \sim \left(\frac{q^2}{m v^2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad \sigma \sim \left(\frac{q^2}{T}\right)^2$$

محاسبات را دقیق انجام دهیم :

$$\begin{cases} \sigma_c = \left(\frac{e^2}{T}\right)^2 \pi \ln \Lambda \\ \Lambda = 30 \end{cases}$$

$$\lambda = (n_e \sigma_c)^{-1} \quad \Rightarrow \quad \lambda = (x_e n \sigma_c)^{-1}$$

$$x_e = \frac{n_e}{n_b} \quad \text{یونش} \qquad \downarrow a^{-3} \qquad \downarrow T^{-2}$$

$$\begin{cases} T \propto \frac{1}{a} & RD \\ T \propto \frac{1}{a^2} & MD \end{cases}$$

جهان پروتون‌ها، الکترون‌ها و فوتون‌ها

تابش غالب : $\lambda \propto T^{-1}$

ماده غالب $\lambda \propto T^{1/2}$

3.

$$KT = \frac{1}{2} m_e V_e^2$$

سرعت الکترون‌ها

$$V_e = \left(\frac{2KT}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$t_{coll} = \frac{\lambda}{V_e} = \frac{1}{V_e n_e \sigma_e} = \left(\frac{m_e}{2KT}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T^2}{e^4}\right) \frac{1}{\pi \ln\Lambda} \frac{1}{x_e} \frac{1}{n}$$

زمان برای برخورد

$$= \left(\frac{m_e}{2KT}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T^2}{e^4}\right) \frac{1}{\pi \ln\Lambda} \frac{1}{x_e} \frac{m_p}{m_p n} \qquad \rho_B = \rho_B^{(0)} a^{-3}$$

$$\rho_B = \rho_B^{(0)} a^{-3} = \Omega_B^{(0)} a^{-3} \rho_c^{(0)} = \frac{3}{8\pi G} \Omega_B^{(0)} H_0^2 a^{-3}$$

$$t_{coll} = \frac{8\pi G}{3\pi \ln\Lambda} \frac{1}{\Omega_B^0 H_0^2} \frac{m_p m_e^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2KT}} \left(\frac{T^2}{e^4}\right) \frac{a^3}{x_e(T)}$$

$$a \sim \frac{1}{T} \Rightarrow t_{coll} \sim T^{-3/2}$$

تابش غالب

$$a \sim \frac{1}{T^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow t_{coll} \sim \text{const}$$

ماده غالب

* فرض شیم کیهان در دوران تابش غالب باشد

$t_{coll} = t_{univ}$ - کی زمان برهم‌کنش برابر با عمر عالم خواهد شد.

در این زمان انرژی از فوتون، الکترون‌ها، پروتون‌ها منتقل می‌شود.

$$t_{univ} = H^{-1}$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho = H_0^2 \left[\Omega_m^{(0)} a^{-3} + \Omega_r^{(0)} a^{-4}\right]$$

تابش غالب

$$\begin{cases} H = H_0 \Omega_R^{\frac{1}{2}} a^{-2} \\ H = H_0 \Omega_M^{\frac{1}{2}} a^{-3/2} \end{cases} \xrightarrow{T \sim a^{-1}} \begin{cases} H = H_0 \Omega_R^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 \\ H = H_0 \Omega_M^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/4} \end{cases}$$

ماده غالب

دمای فوتون در زمان حال

$t_{univ} \sim T^{-2}$ Radiation D. $t_{coll} \sim T^{-\frac{3}{2}}$

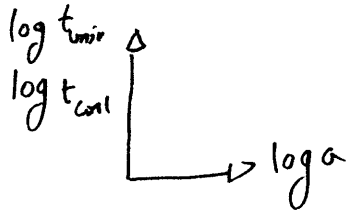
$t_{univ} \sim T^{-\frac{3}{4}}$ Matter D. $t_{coll} \sim cte$

در نتیجه

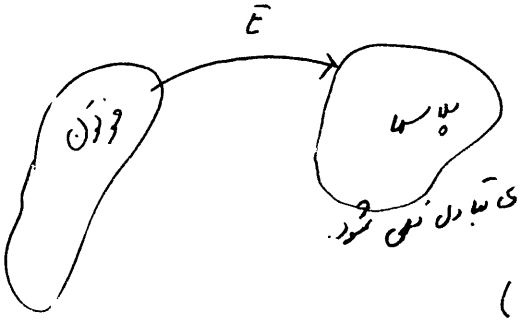
رهیافت دوم: در زمان ماده غالب می‌توانیم دمای شاره فوتون‌ها را به فوتون‌ها نسبت داد. در این صورت

$$t_{univ} = \frac{1}{H_0 \sqrt{\Omega_m}} \left(\frac{T_\gamma}{T_{CMB}} \right)^{-\frac{3}{2}}$$ MD

* تمرین: عمر کیهان را برحسب زمان فوتون‌ها حساب کرده به همراه t_{coll} در دوره ماده غالب و تابش غالب رسم کنید.



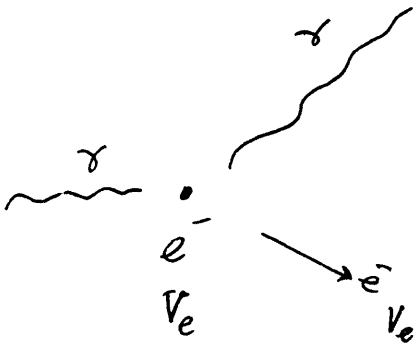
واکنش بین فوتون و الکترون



$e + \gamma \rightarrow e + \gamma$

انرژی کم: تامسون (موج با ذره باردار) : انرژی تبادل نمی‌شود.

انرژی زیاد: کامپتون (بسته انرژی با ذره باردار)



بعد از تشکیل اتم‌های خنثی، تبادل انرژی قطع می‌شود

$$\Delta E_\gamma = \Delta E_e$$

$$\Delta P_\gamma = \Delta P_e$$

$$\Delta E_\gamma \sim P_e \Delta P_e$$

$$\Delta V \sim P_e \Delta P_e \rightarrow \frac{\Delta V}{E_\gamma} \sim \frac{P_e \Delta P_e}{E_\gamma}$$

$$\frac{\Delta V}{V} \sim \frac{P_e \Delta P}{E_e}$$

انرژی الکترون - در تبادل گرمایی

5

رابطه‌ی بالا: $\frac{\Delta V}{V} = \left(\frac{V}{c}\right)^2$

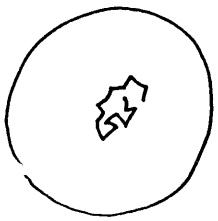
در مورد که انرژی فوتون $1eV$

$$\frac{E_K}{E_0} \simeq \left(\frac{1eV}{1MeV}\right) \sim 10^{-6}$$

سؤال: آیا با این مقدار تبادل انرژی، سیستم در تعادل باقی خواهد ماند.

زمان مورد نیاز برای برخوردهای متعدد. $t_{energy-exchange} \sim t_{universe}$

شرط تعادل $t_{energy-exch.} < t_{univ}$



در هر برخورد $\Delta V = V\left(\frac{V}{c}\right)^2$

فوتون‌ها می‌توانند در هر برخورد انرژی بگیرند یا از دست بدهند. در نتیجه تبادل انرژی برای فوتون شبیه Random walk است.

$$\langle \sqrt{(V-V_0)^2} \rangle = \sqrt{N}\,\Delta V$$

↑ تعداد برخورد

شرط برقراری تعادل گرما

باشد $V_0 \sim \langle \sqrt{(V-V_0)^2} \rangle$

$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{\sqrt{N}}$ ، $\frac{V}{V}\left(\frac{V}{c}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{N}}$ ⟶ شرط: انرژی مبادله شود $\sqrt{N} = \left(\frac{c}{V}\right)^2 \to N = \left(\frac{c}{V}\right)^4$

برخورد $N = \left(\frac{c}{V}\right)^4 = 10^{12}$ ⟵ تعداد برخورد

انرژی فوتون گاما $= 1eV$ ⟶

- اکنون طولی را می‌خواهیم بدست آوریم که تغییر انرژی به اندازه‌ی انرژی خود فوتون‌ها باشد.

میدان طول پیموده شده. $L = \sqrt{N}\,\lambda$

در N برخورد

$L_{th} = \left(\frac{c}{V}\right)^2 \lambda$ · Thermalized length of photon

6/ $L_{th} = \left(\frac{c}{v}\right)^2 \lambda \Rightarrow L_{th} = \left(\frac{c}{v}\right)^2 (n\sigma)^{-1}$

$\lambda = (n\sigma)^{-1}$

اگر $L_{th} < H^{-1}$ تعادل برقرار می‌شود

↓

طول افق

$$\frac{c^2 m_e}{2E_e} \frac{1}{\sigma} \frac{1}{n_0 a^{-3}} = H^{-1} \sim a^{-3/2}$$

از برقراری تساوی بین L_{th} و طول افق و با جایگذاری خواهیم داشت:

$$\frac{1}{T} \sim a^{-9/2} \sim T^{9/2}$$ (از قسمت 7)

$$T_{th} \simeq 4.5\, x_e^{-1} (\Omega_b h^2)^{-1/2} \; eV$$

پس از $4.5\,eV$، دمای پلاسما کمتر شده و پروتون با دمای فوتون کیهان نخواهد بود و دوباره کیهان از هم جدا می‌شود.

از این سه فوق می‌توان برای حدس زدن اندازه ساختارها استفاده کرد. بدین ترتیب که اگر طول ساختار کوچکتر از یک حد باشد فوتون‌ها باعث از هم پاشیدن ساختار می‌شود.