

بهبود سازی رفتار مدل‌های مبتنی بر نظریه‌ی بازی در شبکه‌های

اجتماعی

عباس معاذاللهی^۱، محمدامین فضلی^۲، جعفر حبیبی^۳

^۱ دانشگاه صنعتی شریف
maazallahi@ce.sharif.edu

^۲ دانشگاه صنعتی شریف
fazli@ce.sharif.edu

^۳ دانشگاه صنعتی شریف
jhabibi@sharif.edu

چکیده

مدل‌سازی ابزاری است که به کمک آن می‌توان داده‌ها و روابط بین آن‌ها را به صورت ساختار ریاضی نشان داد. مدل‌سازی نظریه بازی با استفاده از خصوصیت خودخواهی در بازی‌ها، توابعی را به عنوان سود تعریف می‌کند که در محیط مدل شده، هر عامل تمایل دارد تا سود شخصی خود را بیشینه کند. این مدل‌سازی در شبکه‌های اجتماعی کاربرد زیادی دارد چرا که با واقعیت این شبکه‌ها همخوانی مفهومی دارد. داده‌گراف‌ها، نوعی داده می‌باشند که از یک گراف اصلی و خصوصیات افزوده بر آن تشکیل شده‌اند، شبکه‌های اجتماعی نوعی داده‌گراف می‌باشند. هدفی که این مقاله دنبال می‌کند، ارائه یک مدل نظریه بازی برای داده‌گراف‌ها می‌باشد و سپس فرآیندی را معرفی می‌کند که به کمک آن بتوان یک تابع هدف را در داده‌گراف‌ها به کمک مدل نظریه بازی بهبود کرد. یکی از مهمترین تأثیراتی که این مقاله می‌تواند در شبکه‌های اجتماعی ایجاد کند، همسو کردن سود شخصی افراد با سود کل جامعه می‌باشد.

کلمات کلیدی

شبکه اجتماعی، مدل‌سازی، نظریه بازی، بهبود سازی، رفتار

۱- مقدمه

مدل‌سازی قیاسی می‌باشد که براساس یافته‌های تجربی و تعمیم آن عمل می‌کند. نوع دیگری از مدل‌سازی، مدل‌سازی شناور می‌باشد که نه بر اساس نظریه و نه براساس مشاهدات پایه ریزی شده است و صرفاً از ساختارهای ریاضی در مدل خود استفاده می‌کند. استانیلساو^۲ در [1] نقدی را در خصوص استفاده مدل‌های ریاضی در علوم اجتماعی به غیر از علوم اقتصادی آورده است. به گفته کلیفرد^۳ در [2] نظریه فاجعه^۴ در علم یک مدل شناور می‌باشد. از دو مرجع اشاره شده در بالا می‌توان برداشت کرد که مدل‌سازی در شبکه‌های اجتماعی یک مدل‌سازی شناور می‌باشد [3, 4, 5, 6, 7]. مدل‌سازی براساس نظریه‌ی بازی یکی از انواع مدل‌سازی ریاضی می‌باشد که در ساختار شبکه‌های اجتماعی به دلیل مشابهت مفهومی مورد توجه قرار گرفته است [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15].

یک مدل ریاضی بیان جزئیات یک سیستم با استفاده از مفاهیم و زبان ریاضی می‌باشد. فرایند ایجاد یک مدل ریاضی از روی یک سیستم را مدل‌سازی ریاضی می‌گویند. مدل‌های ریاضی علاوه بر استفاده در علوم طبیعی (مانند فیزیک، زیست‌شناسی، علوم زمینی و هواشناسی) و علوم مهندسی (مانند علوم کامپیوتر و هوش مصنوعی) در علوم اجتماعی مانند اقتصاد، روانشناسی، اجتماعی و سیاست کاربرد دارد. مدل‌های ریاضی علاوه بر توانایی شرح تأثیرات رویدادها می‌توانند در خصوص آینده یک سیستم نیز پیش‌بینی‌هایی را صورت دهند. مدل‌سازی استقرایی^۱ نوعی از مدل‌سازی است که براساس یک ساختار منطقی و یک نظریه ساخته می‌شود. نوع دیگری از مدل‌سازی ریاضی،

اگر فرض کنیم در یک داده‌گراف به تعداد x افزوده‌داده باشیم. آنگاه مجموعه M_D را به عنوان مجموعه افزوده‌داده‌ها می‌نامیم و خواهیم داشت:

$$M_D = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_r\}$$

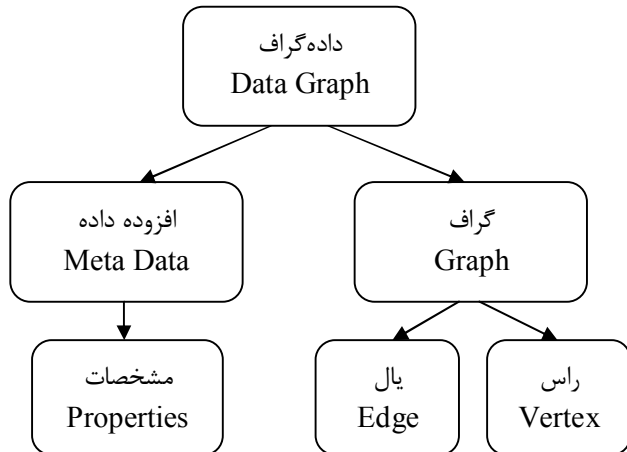
هر P_i معرف یک افزوده‌داده می‌باشد که زیر مجموعه‌ای از یال‌ها و گره‌ها را به برد پذیرنده آن ویژگی (D) منتقل می‌کند.

$$P_i = 2^V \times 2^E \rightarrow D$$

شبکه‌های اجتماعی را می‌توان به عنوان نمونه‌ای از داده‌گراف‌ها در نظر گرفت که علاوه بر ارتباطات دو به دو، دارای خصوصیات و ویژگی‌هایی می‌باشند که می‌توان به عنوان افزوده‌داده آن‌ها را معرفی کرد. مثال‌هایی که از این خصوصیات و ویژگی‌ها را در می‌توان در ادامه مشاهده کرد:

- وزن ارتباط دو گره مانند میزان نزدیک دو نفر در شبکه‌های اجتماعی.
- علامت ارتباط دو گره مانند دوستی و دشمنی در شبکه‌های اجتماعی.
- نمره هر گره مانند اعتبار هر فرد در شبکه‌های اجتماعی
- انجمن به مفهوم دسته‌ای از گره‌ها و ارتباطات بین آن‌ها، مانند گروه دوستی در شبکه‌های اجتماعی.
- زیرمجموعه‌ای از گره‌ها مانند افراد مظنون در شبکه‌های اجتماعی.
- زیرمجموعه‌ای از گره‌ها و ارتباطات بین آن‌ها مانند گروه‌های سلسله مراتبی در شبکه‌های اجتماعی.
- شاخص‌هایی که به افراد و یا ارتباط‌های یک شبکه اجتماعی نسبت داده می‌شود مانند درجه، بینایی، نزدیکی و ...
- ...

شکل ۱ معرف ساختار کلی داده‌گراف می‌باشد:



شکل ۱ ساختار داده‌گراف

یکی از کاربردهای مدل‌سازی، استفاده از آن در بهبود یک هدف می‌باشد. وقتی بتوان هدف را به صورت مدل ریاضی تعریف کرد، آنگاه می‌توان با کمک روش‌های یادگیری هوش مصنوعی مدل را به گونه‌ای تغییر دهیم که تابع هدف را بهبود بخشد [16, 17, 18, 19, 20].

قبل از معرفی چهارچوب پیشنهادی خود به تعریف مفاهیم گراف و مدل نظریه‌ی بازی می‌پردازیم که در چهارچوب معرفی شده توسط ما نقش اساسی را ایفا می‌کنند.

۱-۱- داده‌گراف

فرض کنید یک داده‌گراف مانند G_D در اختیار داریم، این داده‌گراف از دو قسمت گراف (G) و افزوده‌داده (M_D) تشکیل شده است:

$$G_D = (G, M_D)$$

۱-۱-۱- گراف

فرض می‌کنیم یک گراف مانند G در اختیار داریم، آنگاه این گراف از دو مجموعه گره‌ها (V) و یال‌ها (E) تشکیل شده است.

$$G = (V, E)$$

مجموعه‌ی گره‌ها، مجموعه‌ی تمام شناسه‌های گره‌های درون گراف را شامل می‌شود. اگر برای گره‌های یک گراف یک ترتیب صوری در نظر بگیریم و برای گره i ام در این ترتیب دهی شناسه‌ی آن را با v_i نمایش دهیم، آنگاه با فرض اینکه تعداد گره‌های درون گراف m می‌باشد خواهیم داشت:

$$V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_m\}$$

مجموعه یال‌های یک گراف را که با E نمایش می‌دهیم شامل تمام ارتباطات دو به دو بین گره‌های آن گراف به صورت زوج مرتبی از شناسه‌های آن گره‌ها می‌باشد. به عنوان مثال اگر رأس v_i رأسی درون گره‌های یک گراف باشد ($v_i \in V$) که با رأسی دیگر مانند v_j در همان گراف ($v_j \in V$) دارای ارتباط باشد، آنگاه $(v_i, v_j) \in E$ و به ازای هر زوج مرتب درون E یک ارتباط درون گراف G وجود دارد.

$$E = \{ (v_i, v_j) \mid v_i \in V \wedge v_j \in V \wedge v_i \rightarrow_G v_j \}$$

گراف G را گرافِ داده‌گراف G_D می‌گوییم اگر و فقط اگر شامل تمام ارتباطات دو به دو بین تمام گره‌های آن داده‌گراف باشد.

۱-۲- افزوده‌داده

در داده‌گراف G_D ، به غیر از گراف اصلی که با $G = (V, E)$ نمایش داده می‌شود، هر خصوصیت و ویژگی دیگری که وجود داشته باشد را به عنوان افزوده در نظر می‌گیریم.

اگر فرض کنیم در داده‌گراف G_D ، زیر مجموعه‌ای از رأس‌ها و یال‌ها که به ترتیب با $sub_V \subseteq V$ و $sub_E \subseteq E$ نشان می‌دهیم دارای ویژگی d باشند و این ویژگی توسط P معرفی می‌شود آنگاه خواهیم داشت:

$$d = P(sub_V, sub_E)$$

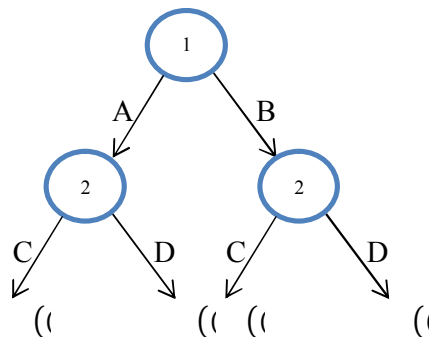
۱-۳-۱- تابع هدف^۵

در داده‌گراف G_D یک هدف دارای یک تعریف می‌باشد و همچنین قابلیت مدل کردن آن هدف به صورت ریاضی وجود دارد، به تابعی که به ازای داده‌گراف میزان دستیابی به هدف را نشان می‌دهد، تابع هدف می‌گوییم:

$$O_{G_D} : G_D \rightarrow R$$

۱-۲- معرفی نظریه بازی

مدل نظریه بازی به سبب خوش‌تعریف بودن آن در بیشتر مسائل اجتماعی یکی از مدل‌های ریاضی پرکاربرد در اینگونه مسائل می‌باشد. در این مدل عامل‌هایی تعریف می‌شوند که بر پایه رفتار خودخواهانه خود همواره در پی افزایش منفعت شخصی^۶ خود هستند. در نمایش مدل‌های نظریه بازی در قالب ریاضی از ساختارهای مختلفی مانند فرم نرمال^۷، فرم گسترده^۸ و ساختارهای دیگری استفاده می‌شود، از آنجایی که محیط بازی در داده‌گراف‌ها پویا می‌باشد و عامل‌ها در بیش از یک مرحله استراتژی خود را انتخاب می‌کنند، از فرم گسترده در نمایش این نوع بازی استفاده می‌کنیم. در فرم بازی‌های گسترده، بازی را به صورت یک درخت نمایش می‌دهند که حالت اولیه آن در ریشه درخت (بالاترین گره درخت) قرار دارد و در هر گره یک عامل از بین رفتارهای ممکن که به صورت یال به سمت پایین از گره خارج شده‌اند، یک رفتار را انتخاب می‌کند. رفتار ایستا که منجر به تغییر ندادن استراتژی بازیکن می‌شود در هر گره وجود دارد. مسیر طی شده از ریشه تا هر گره را به عنوان استراتژی^۹ آن گره در نظر می‌گیریم. گره‌ای را به عنوان برگ در نظر می‌گیریم که در آن بازی هیچ عاملی با توجه به رفتار صورت گرفته توسط دیگر عامل‌ها تمایلی به تغییر رفتار خود در هیچ مرحله‌ای از نوبت بازی خود را نداشته باشد. شکل ۲ نمایش درخت بازی‌های گسترده را بیان می‌کند. در این شکل در گره ریشه، عامل ۱ بین دو رفتار A و B می‌تواند یک رفتار را انتخاب کند و در ریشه بعد عامل ۲ بین دو رفتار C و D می‌تواند یک رفتار را انتخاب کند، استراتژی نهایی مجموعه رفتارهای انتخاب شده از ریشه تا آن



شکل ۲ نمایش مدل نظریه بازی به فرم گسترده

گره توسط عامل‌ها می‌باشد.

در چهارچوبی که ما می‌خواهیم معرفی کنیم از مدل نظریه بازی در داده‌گراف‌ها استفاده کرده‌ایم، خروجی مدل نظریه بازی، استراتژی‌های اتخاذ شده توسط هر عامل می‌باشد که در داده‌گراف به عنوان افزوده‌داده خروجی از مدل نظریه بازی در نظر می‌گیریم.

۱-۳- تعریف مدل نظریه بازی در داده‌گراف

فرض می‌کنیم مدل نظریه بازی G را در اختیار داریم، این مدل نظریه بازی از اجزای زیر تشکیل شده است:

- $G : \langle G_D, A, Act, U, D, E \rangle$
 G_D : معرف داده‌گراف استفاده شده در مدل نظریه بازی می‌باشد. همانطور که در بخش داده‌گراف توضیح داده شد داده‌گراف G_D شامل گراف G و افزوده‌داده M_D می‌باشد. گراف G از مجموعه گره‌های V و مجموعه یال‌های E تشکیل شده است. افزوده‌داده M_D نیز معرف مجموعه مشخصات آن داده‌گراف می‌باشد.
- A : اگر فرض کنیم تعداد عامل‌های بازی را با n مشخص کنیم آنگاه مجموعه عامل‌های بازی را با A نمایش می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$$

$$n = |A|$$

معمولاً مجموعه رأس‌های داده‌گراف (V) و یا زیر مجموعه از آن‌ها به عنوان عامل‌های بازی معرفی می‌شوند.

$$A \subseteq V$$

در حالتی که زیر مجموعه‌ای از گره‌ها را به عنوان عوامل بازی انتخاب می‌کنیم، انتخاب عامل‌ها از روی گره‌های داده‌گراف را می‌توان به عنوان یک پارامتر آزاد در مدل نظریه بازی معرفی کرد؛ اگر فرض کنیم v_i گره‌ای در داده‌گراف G_D باشد و بردار θ_A معرف عضویت گره‌ها درون مجموعه عامل‌های بازی باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$\theta_A(v_i) = \begin{cases} 1 & v_i \in A \\ 0 & v_i \notin A \end{cases}$$

- Act : در هر مرحله عامل‌ها از روی مجموعه‌ای مشخص می‌توانند رفتار خود را انتخاب کنند. اگر فرض کنیم عامل a_i دارای دامنه رفتاری مجاز Act_i می‌باشد، آنگاه مجموعه این رفتارهای مجاز برای تمام عوامل را توسط Act نمایش می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$Act = \{Act_1, Act_2, Act_3, \dots, Act_n\}$$

تصمیم در خصوص اینکه هر عامل مجاز به چه رفتارهایی باشد نیز به عنوان یک پارامتر آزاد می‌توان در نظر گرفت. در واقع اگر فرض کنیم تمام رفتارهای مجاز^{۱۰} در بازی در مجموعه P_{Act} نگهداری می‌شود.

$$P_{Act} = \{act_1, act_2, act_3, \dots, act_t\}$$

$$|P_{Act}| = t$$

ماتریس θ_{Act} با اندازه $n \times t$ برابر خواهد بود با:

مفهوم جامع‌تری تعریف می‌شود که در آن هر زیر بازی دارای تعادل نش در فرم ساده می‌باشد.

اگر تمامی پارامترهای آزاد معرفی شده در مدل را در یک مجموعه نگهداری کنیم و نام آن مجموعه را Θ قرار دهیم، آنگاه خواهیم داشت:

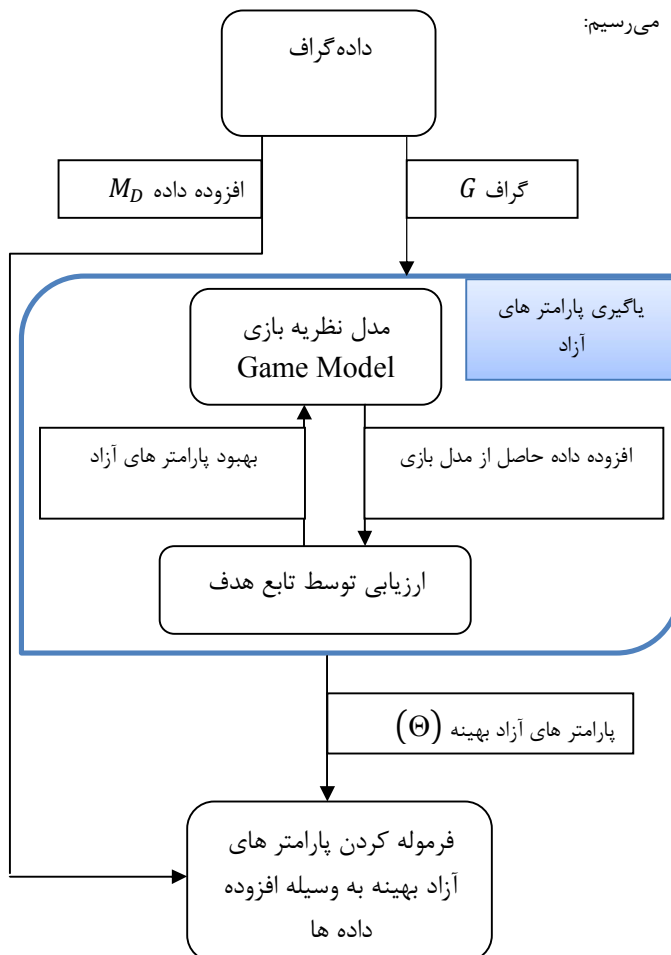
$$\Theta = \{\theta_A, \theta_{Act}, \theta_{Param}, \theta_{<>}\}$$

۴-۱- معرفی چهارچوب

تعادل مدل نظریه بازی به شکل گیری افزوده‌داده منجر می‌شود. از آنجایی که افزوده‌داده ایجاد شده توسط مدل، با افزوده‌داده واقعی در سیستم مشابهت ساختاری و مفهومی دارد، و در واقع مدل شده آن است. پس با بهبود مدل به گونه‌ای که افزوده‌داده خروجی از آن بتواند تاثیر بهتری بر روی تابع هدف داده‌گراف داشته باشد، می‌توان به راه کارهای مناسب در جهت بهبود تاثیر افزوده‌داده واقعی در داده‌گراف اصلی دست یافت.

در این مقاله هدف بهبود تابع هدف با استفاده از مدل نظریه بازی و یادگیری پارامترهای آزاد آن در جهت این هدف می‌باشد.

اگر بخواهیم ساختار کلی راه حل خود را نمایش بدهیم به شکل ۳ می‌رسیم:



شکل ۳ فرایند یادگیری بازی

$$\theta_{Act}(i, j) = \begin{cases} 1 & act_j \in Act_i \\ 0 & act_j \notin Act_i \end{cases}$$

- U : همانطور که در قبل گفته بودیم استراتژی در هر گره بازی برابر دنباله عامل‌ها و رفتارهای آن‌ها از ریشه تا آن گره می‌باشد. حال اگر فرض کنیم استراتژی اتخاذ شده در گره c ام ($node_c$) در مجموعه S_{node_c} نگهداری می‌شود آنگاه ($U_i(S_{node_c})$) میزان منفعت عامل a_i در گره $node_c$ می‌باشد. تابع U_i میزان منفعت عامل a_i در بازی را به ازای استراتژی اتخاذ شده تا گره مورد نظر را در قالب فرمولی ریاضی به دست می‌آورد، حال آنکه در این فرمول می‌توان ضرایبی قرار داد که به عنوان پارامتر آزاد وابسته به هر عامل متغیر باشد. اگر فرض کنیم در تابع U_i به تعداد q پارامتر آزاد وجود دارد، آنگاه ماتریس θ_{Param} با اندازه $n \times q$ را اینگونه تعریف می‌کنیم:

$$\theta_{Param} = [\theta_{Param}(i, j)]_{n \times q}$$

که $\theta_{Param}(i, j)$ برابر است با ضریب j ام در تابع U_i برای عامل i ام.

بنابراین تابع U_i علاوه بر استراتژی اتخاذ شده به ماتریس θ_{Param} نیز وابسته است و منفعت عامل a_i در گره $node_c$ برابر خواهد بود با:

$$U_i(S_{node_c}, \theta_{Param}(i, :))$$

U بردار منفعت برای تمام عوامل می‌باشد:

$$U = \langle U_1, U_2, U_3, \dots, U_n \rangle$$

- D : در مدل نظریه بازی G نحوه نوبت دهی به عوامل را با D نمایش می‌دهیم که دارای سه حالت می‌باشد:
 - نوبت دهی موازی^{۱۱}: تمامی عوامل می‌توانند به صورت همزمان استراتژی خود را تغییر دهند
 - نوبت دهی دنباله‌ای^{۱۲}: در هر مرحله تنها یک عامل مجاز است تا استراتژی خود را تغییر دهد.
 - نوبت دهی دسته‌ای^{۱۳}: در این گونه نوبت دهی، در هر مرحله زیر مجموعه‌ای از عوامل مجاز هستند تا استراتژی خود را تغییر دهند.

در نوبت دهی دنباله‌ای و دسته‌ای، انتخاب عامل(ها) برای تغییر استراتژی در هر مرحله بازی می‌تواند به عنوان یک پارامتر آزاد در مدل نظریه بازی مطرح شود که با نماد $\theta_{<>}$ معرفی می‌شود.

E : از آنجایی که در بازی‌های گسترده تعداد مراحل بازی می‌تواند متغیر باشد، شرط توقف بازی را به وسیله یک قانون که با E نمایش می‌دهیم مشخص می‌کنیم. معمولاً این شرط توقف در حالت تعادل بازی صورت می‌گیرد. در حالت تعادل، عوامل تمایلی به تغییر استراتژی خود ندارند. تعادل نش معروف‌ترین تعادل در مدل نظریه بازی می‌باشد که در آن تغییر استراتژی هر بازیکن باعث می‌شود تا منفعت شخصی آن بازیکن کمتر شود. نمونه‌های دیگر تعادل وجود دارد که می‌توانند مورد استفاده قرار بگیرند، مانند تعادل هسته^{۱۴} در مدل بازی‌های تعاملی. در فرم گسترده مدل نظریه بازی، تعادل به

۲- یک نمونه: بهینه سازی انتقال اطلاعات با

استفاده از انجمن ها توسط بازی شکل گیری

انجمن

یک انجمن مجموعه ای از گره ها و یال های ارتباطی بین آن ها می باشد که برای هدفی خاص دور هم جمع شده اند. ماهیت یک انجمن را اعضای آن نشان می دهند یعنی اگر یک نفر وارد یک انجمن شود، ماهیت انجمن عوض می شود بنابراین می توان هر انجمن را با مجموعه افراد شکل دهنده آن انجمن نشان داد.

در این قسمت می خواهیم نحوه شکل گیری انجمن ها را در محیط نظریه بازی مدل کنیم و با معرفی یک تابع هدف، مدل نظریه بازی ارایه شده را یاد گیریم. در انتها خروجی مدل یادگیری را با دیگر مشخصات داده گراف مقایسه می کنیم و سعی می کنیم تا رابطه ای بین پارامتر های آزاد مدل نظریه بازی و تعدادی از افزوده داده های دیگر داده گراف مانند درجه افراد در گراف را به دست آوریم.

در ابتدا مدل نظریه بازی را برای شکل گیری یک انجمن معرفی می کنیم.

۲-۱- بازی شکل گیری انجمن ها

در مقاله [15] یک بازی شکل گیری انجمن ها با هدف شناسایی انجمن ها در گراف معرفی شده است، ما از همان مدل به صورت زیر استفاده کرده ایم:

یک بازی شکل گیری انجمن دارای اعضای زیر می باشد:

$$CFG^{15} : \langle G_D, A, Act, U, D, E \rangle$$

G_D : همانطور که در بخش قبل ذکر شد یک داده گراف $G_D = (G, M_D)$ از گراف $G = (V, E)$ و افزوده داده M_D که مجموعه از مشخصات داده گراف می باشند تشکیل شده است. افزوده داده مربوط به انجمن ها را با نماد $\mathcal{E}$ نشان می دهیم که:

$$\mathcal{E} \subseteq M_D$$

اگر فرض کنیم به تعداد p انجمن در افزوده داده داریم:

$$\mathcal{E} = \{C_1, C_2, C_3, \dots, C_p\}$$

C_i زیر مجموعه ای گره های عضو انجمن i ام $(V_i \subseteq V)$ را به شماره آن انجمن (i) می برد.

$$C_i: 2^V \rightarrow N$$

$$C_i(V_i) = i$$

نکته ای که در انجمن های این بازی قابل توجه می باشد، توانایی همپوشانی اعضا بین دو انجمن می باشد. برای مثال $\mathcal{D}_{i,j}$ مجموعه گره های مشترک بین دو انجمن C_i و C_j می باشد:

$$V_i \cap V_j = \mathcal{D}_{i,j}$$

A : تمامی گره های داده گراف را به عنوان عامل معرفی می کنیم.

Act : اگر فرض کنیم در مرحله جاری نوبت به انتخاب رفتار توسط

عامل a_i می باشد، دامنه رفتاری عامل i برابر خواهد بود با:

- $\mathcal{A}_{S_i}$: انتخاب انجمنی جدید برای عضویت در آن

- $\mathcal{R}_{S_i}$: انتخاب انجمنی که قبلا در آن عضو شده است برای

خروج از آن

- $\mathcal{S}_{S_i}$: جابجایی بین یک انجمن عضو شده در آن با یک انجمن جدید.

U : استراتژی اتخاذ شده در گره $node_c$ برابر انجمن های شکل گرفته در آن گره ($\mathcal{E}_{node_c}$) می باشد:

$$S_{node_c} = \mathcal{E}_{node_c}$$

اگر فرض کنیم در گره $node_c$ به تعداد p انجمن شکل گرفته است، آنگاه انجمن i ام در این گره برابر خواهد بود با $C_{i_{node_c}}$ که برای اختصار با C_i آن را نمایش می دهیم.

$$\mathcal{E}_{node_c} = \{C_1, C_2, C_3, \dots, C_p\}$$

برای عامل a_i تابع منفعت (U_i) بنابر تعریفی که در [15] ارایه شده است دارای دو قسمت سود و ضرر می باشد:

$$U_i = G_i - L_i$$

۱. تابع سود (G_i) که میزان سود عامل a_i ام را مشخص

میکند و برابر است با تابع ماژولاریتی شخصی^{۱۶} می باشد.

$$G_i = \frac{1}{2m} \sum_{j \in [n]} \left(A_{ij} \delta(i, j) - \frac{d_i d_j}{2m} \cdot |B_i \cap B_j| \right)$$

این تابع نسبت تعداد یال های درون یک انجمن را با حالت ایجاد یال ها به صورت تصادفی نشان می دهد و هر میزان که بیشتر باشد نشان می دهد که گره i ام در انجمن هایی با تعداد دوستان بیشتری عضو شده است. با فرض غیر هم پوشان بودن انجمن ها میتوان نشان داد که مجموع تابع ماژولاریتی شخصی به ازای تمام گره های شبکه برابر می شود با تابع ماژولاریتی معرفی شده توسط نیومن [21].

در تابع ماژولاریتی شخصی m برابر است با تعداد یال های درون گراف، A_{ij} برابر یک است اگر ارتباطی از گره v_i به گره v_j در گراف موجود باشد و در غیر این صورت برابر صفر است:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & (i, j) \in E \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

B_i مجموعه انجمن هایی است که گره v_i در آن ها عضو است.

$$B_i = \{C_j | v_i \in V_j\}$$

$\delta(i, j)$ برابر یک است اگر دو گره v_i و v_j در حداقل یک انجمن، به صورت مشترک عضو باشند و در غیر این صورت برابر صفر است، در واقع داریم:

$$\delta(i, j) = \begin{cases} 1 & B_i \cap B_j \neq \emptyset \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

d_i برابر است با درجه گره v_i در گراف اصلی.

$|B_i \cap B_j|$ برابر است با تعداد انجمن هایی که دو گره v_i و v_j به صورت مشترک در آن ها عضو هستند.

۲. تابع ضرر (L_i) که میزان ضرری را که عامل a_i ام به واسطه

استراتژی اتخاذ شده خود متحمل شده است نشان می دهد،

در این تابع را برابر ضریبی از تعداد انجمن هایی که

عامل a_i ام در آن ها عضو است معرفی کرده است:

$$L_i = c \cdot ||B_i| - 1|$$

V_C : اگر فرض کنیم داده گراف G_D دارای p انجمن باشد، آنگاه مجموعه گره ها در گراف انجمن ها را با دنباله عددی ۱ تا p نمایش می دهیم.

$$V_C = \{1, 2, 3, \dots, p\}$$

E_C : برابر مجموعه یال های بین دو گره در گراف انجمن می باشد. گراف انجمن ها گرافی کامل می باشد که یال های آن دارای وزن می باشد و وزن ارتباطی از گره i به گره j به مفهوم فاصله آن دو گره تعریف می شود:

$$E_C = V_C \times V_C \rightarrow R$$

$$E_C(i, j) = \frac{1}{|Common_E_{ij}| + 2 \times |Common_V_{ij}|}$$

$Common_E_{ij}$ برابر مجموعه یال های بین گره های عضو انجمن C_i با گره های عضو انجمن C_j می باشد:

$$Common_E_{ij} = \{(p, q) \mid (p, q) \in E \wedge p \in V_i \wedge q \in V_j\}$$

$Common_V_{ij}$ برابر مجموعه گره های مشترک بین دو انجمن C_i و C_j می باشد.

$$Common_V_{ij} = \{p \mid p \in V \wedge p \in V_i \wedge p \in V_j\}$$

۲-۱-۲- نزدیکی انجمن ها^{۱۸}

هدفی که ما در نظر گرفتیم بیشینه کردن سرعت انتقال اطلاعات بین انجمن ها می باشد. برای این کار یک مدل ریاضی با نام نزدیکی انجمن ها ارایه کرده ایم که در گراف انجمن ها تعریف می شود. هر میزان که نزدیکی انجمن ها بیشتر باشد، سرعت انتقال اطلاعات بین انجمن ها بیشتر است.

اگر فرض کنیم $G_C = (V_C, E_C)$ گراف انجمن ها در داده گراف $G_D = (G, M_D)$ دارای p انجمن باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$C_C = \frac{1}{p} \times \left[\sum_{i \in V_C, j \in V_C} dist(i, j) \right]^{-1}$$

V_C : مجموعه رأس ها در گراف انجمن ها می باشد.

p : برابر تعداد گره های درون گراف انجمن ها می باشد:

$$p = |V_C|$$

$dist(i, j)$: برابر کوتاهترین مسیر وزن دار بین دو انجمن i و j در گراف G_C می باشد.

$$dist(i, j) : V_C \times V_C \rightarrow R$$

در صورتی که بین دو انجمن هیچگونه مسیری با وزن کمتر از بینهایت وجود نداشته باشد (بین این دو انجمن ارتباطی وجود نداشته باشد) آنگاه $dist$ این دو انجمن برابر تعداد انجمن ها (p) می شود.

که در اینجا c به عنوان ضریب هزینه معرفی می شود که در همان [15] گفته شده است که به صورت تجربی $c = \frac{1}{m}$ مناسب می باشد. که m تعداد یال های گراف اصلی می باشد.

در تابع U_i پارامتر آزادی که ما انتخاب کرده ایم در قسمت ضریب هزینه به جای ۱ در صورت کسر $c = \frac{1}{m}$ ، یک پارامتر آزاد به نام ثابت هزینه معرفی کرده ایم و با نماد δ آن را نشان داده ایم. همچنین این ثابت هزینه را برای هر عامل متغیر در نظر گرفته ایم. بنابراین برای عامل a_i پارامتر ضریب هزینه آن برابر است با δ_i . در نهایت تابع هزینه ای که ما در نظر گرفته ایم به این فرم نمایش داده می شود:

$$L_i = \frac{\delta_i}{m} \cdot ||B_i| - 1|$$

بنابراین برای پارامتر آزاد θ_{Param} خواهیم داشت:

$$\theta_{Param}(i) = \delta_i$$

D : پویایی این بازی از نوع دنباله ای می باشد. نوبت دهی بازیکنان در این بازی نیز یکی دیگر از پارامتر های آزاد می باشد که سعی کردیم تا با روش های یادگیری آن را یاد بگیریم.

E : اگر فرض کنیم در مرحله t ام نوبت عامل a_i باشد، آنگاه این عامل رفتاری را انجام میدهد که تابع U_i در مرحله $t+1$ بیشتر از مرحله t ام باشد. اگر در هیچ کدام از رفتار های مجاز مقدار U_i بیشتر نشود، عامل a_i هیچ رفتاری را انجام نخواهد داد. اگر در یک دنباله نوبت به تمام عوامل برای انتخاب رفتار برسد و هیچ کدام رفتاری را انتخاب نکنند، آنگاه بازی متوقف می شود، و بازی به حالت تعادل نش میرسد، در [15] اثبات شده است که تابع U_i به صورت محلی خطی می باشد و به همین دلیل این بازی متناهی می باشد و از آنجایی که در تمام زیر بازی ها تعادل نش برقرار است، نتیجه نهایی بازی نیز به تعادل نش می رسد.

۲-۱-۲- تابع هدف: نزدیکی انجمن ها

تابع هدفی که در این مثال در نظر گرفتیم مربوط به انتشار اطلاعات از طریق انجمن ها می باشد. انجمن ها محلی برای به اشتراک گذاشتن اطلاعات می باشند، بنابراین با تقریب خوبی می توان گفت افراد یک انجمن دارای سطح اطلاعات مشترک می باشند. حال اینکه انتقال اطلاعات بین انجمن ها از طریق ارتباط دو به دو بین اعضای دو انجمن صورت می گیرد. بر همین اساس ابتدا گراف انجمن ها را اینگونه تعریف می کنیم:

۲-۱-۱- گراف انجمن ها^{۱۹}

اگر فرض کنیم $G_D = (G, M_D)$ داده گرافی باشد که دارای افزوده داده انجمن ها باشد:

$$G = (V, E)$$

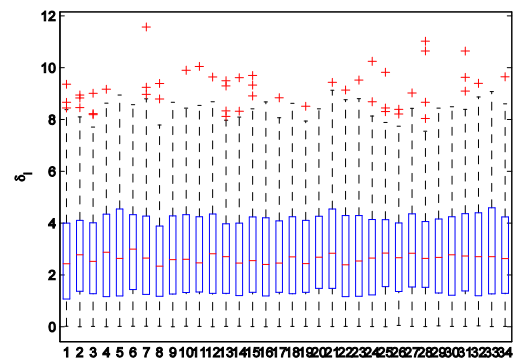
$$\mathfrak{E} \subseteq M_D$$

$$\mathfrak{E} = \{C_1, C_2, C_3, \dots, C_p\}$$

آنگاه گراف انجمن ها $G_C = (V_C, E_C)$ را اینگونه تعریف می کنیم:

۲-۲- یادگیری پارامتر ضریب هزینه θ_{Param}

برای یادگیری پارامترهای آزاد از داده‌گراف باشگاه^{۱۹} معرفی شده در [22] استفاده کردیم. در ابتدا پارامتر $\theta_{<}$ را یک ترتیب ثابت در نظر گرفتیم و در هر بار اجرای بازی مقادیر اولیه ضرایب هزینه (δ_i) را به صورت توزیع تصادفی نرمال با میانگین تصادفی یکنواخت بین ۰ و ۵ و انحراف معیار ۱ انتخاب کردیم و سپس در هر مرحله با استفاده از الگوریتم تپه نورد سعی در بهبود ضریب هزینه با توجه به تابع هدف نزدیکی انجمن‌ها کردیم. این مراحل را با ثابت نگه داشتن پارامتر $\theta_{<}$ به تعداد ۳۰۰ مرتبه اجرا کردیم که نتیجه آن در نمودار ۱ قابل مشاهده می‌باشد:



نمودار ۱ نمودار ضریب هزینه بهینه برای ۳۴ عامل شبکه باشگاه

سپس میانگین ضرایب هزینه هر عامل را به عنوان ضریب هزینه یاد گرفته شده در نظر گرفتیم و میزان ارتباط آن^{۲۰} را با دیگر مشخصات داده‌گراف نظیر درجه^{۲۱}، بینابینی^{۲۲}، ضریب خوشه بندی^{۲۳}، قدم زدن تصادفی^{۲۴} و نزدیکی^{۲۵} گره‌ها به دست آوردیم (جدول ۱).

جدول ۱ میزان وابستگی مشخصات داده‌گراف و پارامتر هزینه در بازی شکل گیری انجمن‌ها، ضریب خوشه‌بندی بیشترین ارتباط را با ضریب هزینه دارد

$\rho_{X,Y}$	نزدیکی	قدم زدن تصادفی	ضریب خوشه بندی	بینابینی	درجه
ضریب هزینه	۰.۲۴۸	-۰.۱۵۸۳	-۰.۲۱۷۰	-۰.۱۹۶۶	-۰.۱۱۲۸
انحراف معیار ضریب هزینه	-۰.۱۷۱۹	۰.۰۹۴۹	-۰.۱۸۲۹	۰.۱۰۵۱	۰.۰۹۳۰

جدول ۲ خصوصیات آماری مشخصات داده‌گراف و پارامتر هزینه

میانگین μ_x	انحراف معیار ضریب هزینه	ضریب هزینه	نزدیکی	قدم زدن تصادفی	ضریب خوشه بندی	بینابینی	درجه
۱.۹۸۶۷	۲.۹۲۰۲	۲.۳۳۷۴	۰.۰۲۹۴	۰.۵۷۰۶	۴۶.۴۷۰۶	۴.۵۸۸۲	
۰.۰۷۹۰	۰.۱۰۷۳	۰.۳۸۱۹	۰.۰۱۸۱	۰.۳۴۷۴	۹۹.۱۹۵۰	۳.۸۷۷۸	

فرمول وابستگی برابر است با:

$$\rho_{X,Y} = \text{corr}(X,Y) = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X \times \sigma_Y} = \dots = \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sigma_X \times \sigma_Y}$$

اگر بخواهیم از روی یکی از خصوصیات داده‌گراف Y ، ضریب هزینه X را به دست آوریم خواهیم داشت:

$$E(X - \mu_X) = \frac{\rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y}{E(Y - \mu_Y)}$$

$$E(X) = \frac{\rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y}{E(Y - \mu_Y)} + \mu_X$$

فرمول زیر ضریب هزینه عامل i ام (δ_i) را از روی ضریب خوشه بندی آن عامل (CC_i) به دست آورده است:

$$E(\delta_i) = \frac{-0.2170 \times 0.1073 \times 0.3474}{CC_i - 0.5706} + 2.9202$$

۲-۳- یادگیری پارامتر اولویت $\theta_{<}$

حال نوبت به یادگیری پارامتر اولویت دهی است. از آنجایی که اولویت دهی در بازی‌های دنباله ای دارای نظم خاصی نمی‌باشد و در هر مرحله بازی هر عاملی می‌تواند برای انتخاب رفتار انتخاب شود، ما مساله را مقداری محدود میکنیم. دنباله‌ای از مراحل بازی را یک دوره تعریف می‌کنیم اگر و فقط اگر در آن دنباله تمام عامل‌ها فقط یک بار برای انتخاب رفتار انتخاب شده باشند اگر فرض کنیم در تمامی دوره‌های بازی از یک ترتیب ثابت در انتخاب اولویت عوامل استفاده شده است، به جایگشت مشخص کننده این اولویت ترتیب بازی می‌گوییم. بنابراین پارامتر اولویت را تبدیل به پارامتر ترتیب می‌کنیم که جایگشتی از عوامل در بازی می‌باشد:

$$\theta_{<} = \{o_1, o_2, o_3, \dots, o_n\}$$

که o_i نوبت بازیکن i ام در بازی دنباله ای می‌باشد. برای مثال اگر به فرد شماره ۳ نوبت بازی ۵ برسد خواهیم داشت:

$$o_3 = 5$$

برای آنکه بتوان این ترتیب را به گونه‌ای یاد گرفت آن را به یک فرم ماتریسی با نام ماتریس ترتیب تبدیل کرده ایم:

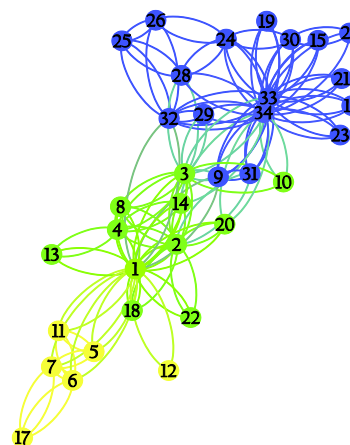
$$M_{\theta_{<}} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \dots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n,1} & \dots & p_{n,n} \end{bmatrix}$$

که $p_{i,j}$ تقدم داشتن یا نداشتن i بر j را نشان می‌دهد:

$$p_{i,j} = \begin{cases} 1 & o_i > o_j \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

بازی را با ضرایب هزینه بهینه ثابت و اولویت‌های تصادفی آنقدر تکرار کرده‌ایم که ۱۰۰ بار به یک مقدار بیشینه برای تابع هدف

برسد. در شکل ۴ انجمن های حاصل از بیشینه تابع هدف را مشاهده می کنید.



شکل ۴ داده گراف خروجی با بهترین پارامتر های آزاد به دست آمده، در این گراف، گره ۱ در دو انجمن سبز و زرد عضو مشترک است. تابع نزدیکی انجمن ها در این داده گراف برابر ۴.۷۹۷۸ می باشد. همانگونه که در پارامتر آزاد ضریب هزینه (δ_i) سعی در پیدا کردن ارتباطی بین آن و دیگر مشخصات گره ها در افزوده داده داده گراف داشتیم برای ماتریس ترتیب هم این کار را انجام می دهیم.

مشخصه k ام داده گراف را اینگونه تعریف می کنیم:

$$P_k = \{p_{k1}, p_{k2}, p_{k3}, \dots, p_{kn}\}$$

که n تعداد گره های داده گراف می باشد و p_{ki} مقدار مشخصه k برای گره i ام می باشد. حال ماتریس فاصله مشخصه P_k را اینگونه تعریف میکنیم.

$$\Delta_{n \times n} = \begin{bmatrix} \Delta_{1,1} & \dots & \Delta_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta_{n,1} & \dots & \Delta_{n,n} \end{bmatrix}$$

که $\Delta_{i,j}$ برابر تفاضل دو مقدار p_{kj} و p_{ki} می باشد.

$$\Delta_{i,j} = p_{ki} - p_{kj}$$

ارتباط بین ماتریس ترتیب و ماتریس فاصله مشخصات درجه، بینایی، ضریب خوشه بندی، قدم زدن تصادفی و نزدیکی را در جدول ۳ قرار داده ایم.

جدول ۳ رابطه ماتریس اولویت با دیگر مشخصات داده گراف

$\rho_{x,y}$	نزدیکی	قدم زدن تصادفی	ضریب خوشه بندی	بینایی	درجه
اولویت	۰.۱۷۸۹	-۰.۲۸۱۷	۰.۱۴۸۷	-۰.۳۲۲۷	-۰.۳۱۴۴
انحراف معیار اولویت	۰.۱۱۹۲	-۰.۱۸۶۲	۰.۰۹۷۴	-۰.۲۲۴۳	-۰.۲۰۸۰

جدول ۴ مشخصات آماری ماتریس اولویت و ماتریس فاصله مشخصات داده گراف

میانگین μ_x	انحراف معیار σ_x	ماتریس اولویت	نزدیکی	قدم زدن تصادفی	ضریب خوشه بندی	بینایی	درجه
۰.۳۸۱۸	۰.۰۸۰۷	۰.۰۶۴۳	۰.۵۳۲۳	۰.۰۲۵۳	۰.۴۸۴۲	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۰.۱۹۴۱	۰.۰۶۴۳	۰.۰۶۴۳	۰.۵۳۲۳	۰.۰۲۵۳	۰.۴۸۴۲	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰
۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰

برای پارامتر نوبت دهی مشخصه بینایی است که ارتباط بیشتری دارد. بنابراین به مانند پارامتر ضریب هزینه اگر بخواهیم اولویت دو گره i و j را براساس بینایی آن ها به دست آوریم به رابطه زیر می رسیم:

$$E(p_{i,j}) = \frac{-0.3327 \times 138.2643 \times 0.0643}{\Delta_{i,j}} + 0.1941$$

که در اینجا $\Delta_{i,j}$ برابر است با تفاوت بینایی دو گره i و j در داده گراف.

$$\Delta_{i,j} = \text{betweenness}_i - \text{betweenness}_j$$

۲-۴- عدم قطعیت

از آنجایی که انحراف معیار پارامتر های آزاد بازی در حالت بهینه زیاد بود، نادیده گرفتن آنها موجب از دست رفتن مقدار زیادی دانش می شود. بنابراین در این مساله به جای اینکه خود پارامتر را یاد بگیریم توزیع آن را یاد میگیریم و با استفاده از این توزیع پارامترها مدل را بر روی شبکه های دیگر پیاده می کنیم.

انحراف معیار پارامتر ضریب هزینه به ازای بازیکن i ام:

$$E(std_{\delta_i}) = \frac{-0.1829 \times 0.0790 \times 0.3474}{CC_i - 0.5706} + 1.9867$$

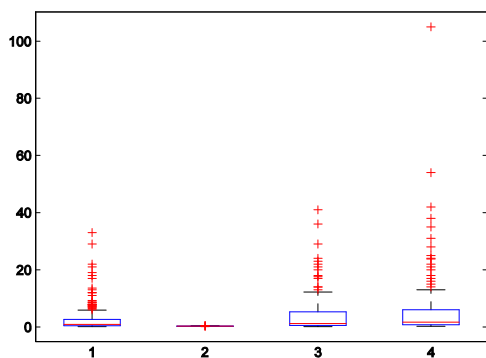
انحراف معیار پارامتر اولویت بین دو بازیکن i ام و j ام:

$$E(std_{p_{i,j}}) = \frac{-0.2243 \times 138.2643 \times 0.0807}{\Delta_{i,j}} + 0.3818$$

استفاده از توزیع نرمال در یادگیری پارامتر

اگر فرض کنیم برای پارامتر آزاد θ_i میانگین و انحراف معیار یاد گرفته شده به ترتیب برابر مقدار $\mu(\theta_i)$ و $\sigma(\theta_i)$ است. آنگاه در مرحله استفاده از این پارامتر های یاد گرفته شده از توزیع نرمال استفاده میکنیم:

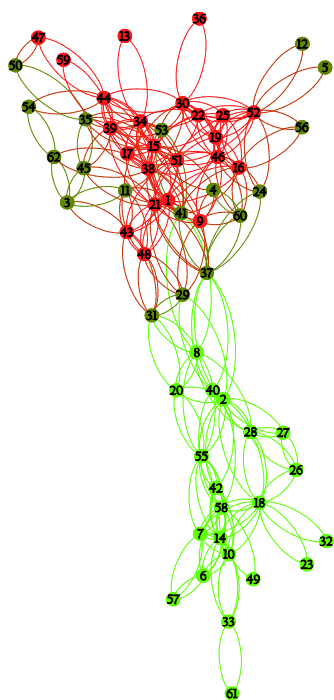
$$f(X) = \frac{1}{\sigma(\theta_i)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu(\theta_i))^2}{2\sigma(\theta_i)^2}}$$



نمودار ۲ توزیع تابع هدف به ازای ۱۰۰۰ مرتبه اجرا در ۴ حالت متفاوت انتخاب پارامتر

در سه حالت ۱، ۳ و ۴ در بهترین حالت تمامی دلفین ها به یک انجمن رفتند ولی در حالت ۲ در بهترین مقدار تابع هدف، ۴ انجمن تشکیل شد.

بعد از یک انجمن واحد، بهترین میزان نزدیکی انجمن ها مقدار 102 بود که شکل مربوط به آن در زیر قابل مشاهده می باشد که فقط در حالت ۴ به دست آمده است.



شکل ۵ شبکه دلفین ها به ازای نزدیک انجمن های ۱۰۲ دارای دو انجمن می باشد که در آن گره های ۳، ۴، ۵، ۱۱، ۱۲، ۲۴، ۲۹، ۳۱، ۳۵، ۳۷، ۴۱، ۴۵، ۵۰، ۵۳، ۵۴، ۵۶، ۶۰ و ۶۲ در هر دو انجمن عضو شده اند.

ضریب هزینه به صورت مستقیم از توزیع نرمال $N(\delta_i, std_ \delta_i)$ به دست می آید ولی برای پارامتر نوبت دهی از شبه کد ۱ استفاده می کنیم.

شبه کد ۱ به دست آوردن اولویت بازی از روی پارامتر های اولویت دهی

۱. n : تعداد بازیکنان
۲. ماتریس اولویت $(M_{\theta_{<}})$: ماتریس تصادفی $n \times n$ که هر عضو آن با توزیع نرمال مخصوص خود با میانگین و انحراف معیار اولویت مختص به خود ایجاد شده است.
$$M_{\theta_{<}} = Random(N(p_{i,j}, std_p_{i,j}))_{i,j}$$
۳. اولویت دهی اولیه: $\theta_{<}$ را برابر جایگشتی تصادفی از اعداد ۱ تا n قرار بده
۴. مقدار i را از ۱ تا $n-1$ به جلو ببر
۵. مقدار j را از $i+1$ تا n به جلو ببر
۶. اگر $M_{\theta_{<}}(i,j) > p_{i,j}$ آنگاه
۷. مقادیر $\theta_{<}(i)$ و $\theta_{<}(j)$ را جابجا کن.
۸. $\theta_{<}$ را به عنوان خروجی چاپ کن.

۲-۵- ارزیابی

برای ارزیابی مدل یادگرفته خود در بازی شکل گیری انجمن ها از شبکه دلفین ها^{۲۴} معرفی شده در [23] استفاده کردیم. این شبکه حاوی ۶۲ گره و ۳۱۸ یال می باشد و از ارتباط صوتی بین دلفین ها ایجاد شده است.

برای مشاهده تفاوت تاثیر پارامتر های آزاد بازی بر روی تابع هدف، مدل بازی خود را برای ۴ حالت متفاوت زیر اجرا کردیم:

۱. حالتی که ضریب هزینه و اولویت دهی به صورت تصادفی انجام می شود
۲. حالتی که ضریب هزینه مقدار ثابت ۲ را به خود اختصاص می دهد و اولویت دهی به صورت تصادفی انجام می شود. (این حالت شبیه مدل بازی معرفی شده در [15] می باشد)
۳. حالتی که ضریب هزینه برای هر بازیکن از مدل یاد گرفته شده استفاده می شود ولی ترتیب بازی به صورت تصادفی انتخاب می شود.
۴. حالتی که هم ضریب هزینه و هم ترتیب بازی از مدل یاد گرفته شده استفاده می کند.

برای هر کدام از این ۴ حالت به تعداد ۵۰۰ بار بازی را در شبکه دلفین ها انجام دادیم تا در نهایت به توزیع زیر برای تابع هدف (نزدیکی انجمن ها) رسیدیم:

Sage Publications Limited, 2011.

- [4] J. Gerring, *Social science methodology: a unified framework.*: Cambridge University Press, 2011.
- [5] Ball, B. and Newman, MEJ, "Friendship networks and social status," *arXiv preprint arXiv:1205.6822*, 2012.
- [6] Gulati, R. and Sytch, M. and Tatarynowicz, A., "The rise and fall of small worlds: Exploring the dynamics of social structure," *Organization Science*, vol. 23, no. 2, pp. 449-471, 2012.
- [7] Luke, D.A. and Stamatakis, K.A., "Systems science methods in public health: Dynamics, networks, and agents," *Annual review of public health*, vol. 33, pp. 357-376, 2012.
- [8] Behaghi, H. and Fahimi, Z. and Fazli, M. and Habibi, J. and Jalaly, P. and Safari, M., "Naturalness of Network Creation Games, Measurement and Analysis".
- [9] Brautbar, M. and Kearns, M., "A clustering coefficient network formation game," *4th Symposium on Algorithmic Game Theory (SAGT)*, 2011.
- [10] Currairini, S. and Morelli, M., "Network formation with sequential demands," *Economic Design*, vol. 5, no. 3, pp. 229 - 249, 2000.
- [11] Dutta, B. and Ghosal, S. and Ray, D., "Farsighted network formation," *Journal of Economic Theory*, vol. 122, pp. 143 - 164, 2005.
- [12] Ehsani, S. and Fazli, A. and Mehrabian, A. and Sadeghian Sadeghabad, S. and Safari, M. and Saghafian, M. and ShokatFadaee, S., "On a bounded budget network creation game," *23rd ACM symposium on Parallelism in algorithms and architectures*, pp. 207 - 214, 2011.
- [13] Fabrikant, A. and Luthra, A. and Maneva, E. and Papadimitriou, C. and Shenker, S., "On a network creation game," *twenty-second annual symposium on Principles of distributed computing*, pp. 347 - 351, 2003.
- [14] Adjero, D. and Kandaswamy, U., "Game-Theoretic Analysis of Network Community Structure," *International Journal of*

۳- نتیجه گیری

ما در این مقاله یک چهارچوب کلی برای یادگیری پارامترهای آزاد یک بازی براساس بهینه سازی یک تابع هدف دلخواه ارائه دادیم که در نوع خود اولین کار در زمینه یادگیری مدل های چند عامله است. در نمونه ای که با عنوان بازی شکل گیری انجمن ها ارائه کردیم همانگونه که در نمودار ۱ نمودار ۲ قابل مشاهده می باشد، در حالتی که هم پارامتر ضریب هزینه و هم پارامتر اولویت را یاد گرفته ایم به توزیع تابع هدف بسیار بهتری نسبت به دیگر حالات مدل بازی رسیده ایم. و تنها در این حالت توانستیم به ساختار انجمنی شکل ۵ دست یافتیم.

در چهار چوب ارائه شده می توان بازی های مختلفی با اهداف گوناگونی را انجام داد که در زیر به چند نمونه از آن ها اشاره می کنیم.

- بازی شکل گیری ارتباطات جدید در شبکه با هدف مقاوم شدن شبکه برابر خرابی و یا حملات.
- بازی شکل گیری ساختارهای سلسله مراتبی در شبکه های اجتماعی با هدف شکل گیری ساختار براساس لیاقت بیشتر.
- بازی انتخاب سمت و یا شغل در شبکه های اجتماعی با هدف تعادل بین تمامی نیاز های جامعه.
- بازی تعیین وزن ارتباط با همسایگان با هدف افزایش شاخص های شبکه مانند بینابینی.
- بازی شکل گیری یال جدید با هدف افزایش شاخص های شبکه مانند بینابینی.
- بازی شکل گیری علامت روی یال ها با هدف کمترین تعادل ممکن در شبکه.
- ...

سپاس گذاری

از آقای حمید حق شناس به خاطر همکاری شان در تدوین این مقاله سپاس گذاری می کنیم. از دیگر دوستان از جمله آقایان امید غیبی ، احسان رحیمی نسب و حمید پاکسیما که از راهنمایی های سازنده خود دریغ نکردند نیز کمال تشکر را داریم.

۴- مراجع

- [1] S. Andreski, *Social Sciences as Sorcery.*: St. Martin's Press, 1972.
- [2] Truesdell, C. and Park, D., "An Idiot's Fugitive Essays on Science," *Physics Today*, vol. 39, no. 73, 1986.
- [3] A B Snijders, T. and J Bosker, R., *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling.*:

¹ Deductive
² Stanislaw
³ Clifford
⁴ Catastrophe theory
⁵ Objective function
⁶ Personal utility
⁷ Normal form game
⁸ Extensive form game
⁹ Strategy profile
¹⁰ Possible action
¹¹ Parallel
¹² Sequential
¹³ Batch
¹⁴ Core
¹⁵ Community Formation Game
¹⁶ Personal modularity
¹⁷ Community graph
¹⁸ Community closeness
¹⁹ Zachary's karate club
²⁰ Correlation Coefficient
²¹ Degree
²² Betweenness
²³ Clustering Coefficient
²⁴ Randomwalk betweenness
²⁵ Closeness
²⁶ Dolphin network

- Computational Intelligence Research*, vol. 3, no. Research India Publication, pp. 313-325, 2007.
- [15] Chen, W. and Liu, Z. and Sun, X. and Wang, Y., "Community detection in social networks through community formation games," in *Twenty-Second international joint conference on Artificial Intelligence-Volume Three*, vol. 3, 2011, pp. 2576-2581.
- [16] kerlavaj, M. and Dimovski, V., "Social network approach to organizational learning," *Journal of Applied Business Research (JABR)*, vol. 22, no. 2, 2011.
- [17] Getoor, L. and Mihalkova, L., "Learning statistical models from relational data," in *2011 international conference on Management of data*, 2011, pp. 1195-1198.
- [18] Acemoglu, D. and Dahleh, M.A. and Lobel, I. and Ozdaglar, A., "Bayesian learning in social networks," *The Review of Economic Studies*, 78 Vol. , 4 No., pp. 1201-1236, 2011.
- [19] Fan, Y. and Shelton, C.R., "Learning continuous-time social network dynamics," in *UAI '09 Proceedings of the Twenty-Fifth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, 2012, pp. 161-168.
- [20] Fan, Y. and Shelton, C.R., "Learning continuous-time social network dynamics," *arXiv preprint arXiv:1205.2648*, 2012.
- [21] M.E.J. Newman, "Modularity and community structure in networks," in *National Academy of Sciences*, 2006, pp. 8577 - 8582.
- [22] Lancichinetti, A. and Fortunato, S., "Benchmark for testing community detection algorithms on directed and weighted graphs with overlapping communities," *Physical Review E*, vol. 80, p. 016118, 2009.
- [23] D. Lusseau, "The emergent properties of a dolphin social network," *Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, vol. 270, no. 2, pp. 186-188, 2003.