تمرین سری دوم نسبیت خاص - پاییز ۱۴۰۱

دکتر شانت باغرام

سوال ۱ - ۲۰ امتیاز

این یک تغییر جزئی از مسئله پارادوکس نردبان است که توسط ولفگانگ ریندلر ارائه شده است. یک دونده سریع روی شبکه ای فلزی راه می رود که فاصله آنها دقیقاً به اندازه طول پای اوست. از دیدگاه او، فاصله شبکه ها منقبض شده است، بنابراین او باید به راحتی بتواند از روی شبکه راه برود. اما از نظر چارچوب مرجع شبکه، این پای دونده است که منقبض شده است، و او مطمئناً سقوط خواهد کرد. با استفاده از نمودارهای مینکوفسکی توضیح دهید چه اتفاقی می‌افتد.

سوال ۲ - ۳۰ امتیاز

در این سوال قصد داریم نمایش ماتریسی تبدیلات گالیله و لورنتس را بدست آوریم.

الف)

تبدیل گالیله از یک فریم S به یک فریم S' به شکل ماتریسی بنویسید. به طوری که S' با سرعت ثابت v در راستای محور x حرکت میکند.

ب)

حال شکل ماتریسی تبدلات لورنتس را برای حالت بالا بنویسید

ج)

ماتریس قسمت قبل را بر حسب $\cosh\phi$ و $\sinh\phi$ بنویسید. به طوری که $\tanh\phi = \frac{v}{c}$.

د)

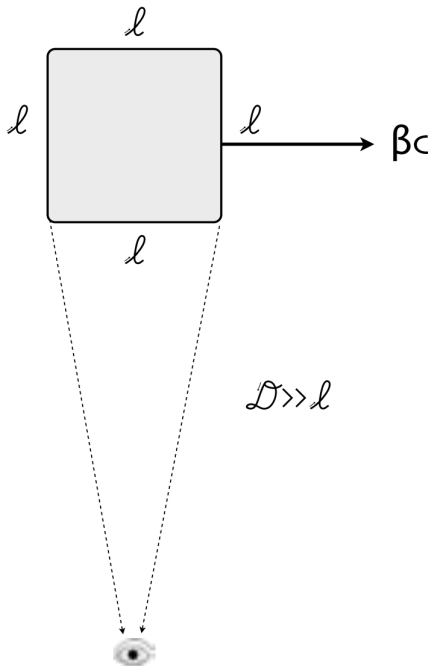
نمایش ماتریسی بالا را با $\Lambda\left(\phi(\beta)\right)$ نمایش میدهیم. حال نشان دهید $\Lambda\left(\phi(\beta_1)\right)+\Lambda\left(\phi(\beta_2)\right) = \Lambda\left(\phi(\beta_1)+\phi(\beta_2)\right)$. آیا این رابطه با قانون جمع سرعت های نسبیتی هم ارز است؟

ه)

نشان دهید $\Lambda^{-1}\left(\phi(\beta)\right) = \Lambda\left(\phi(-\beta)\right)$

سوال ۳- ۲۰ امتیاز

فرض کنید مکعبی که اضلاع آن ℓ است (در چارچوب سکون مکعب) با سرعت βc نسبت به دستگاه آزمایشگاه به سمت راست در حرکت است. یک ناظر در دستگاه مختصات آزمایشگاه قرار دارد و مکعب را تماشا می کند. وجه‌های «چپ» و «راست» مکعب عمود بر جهت حرکت هستند، در حالی که وجه‌های «جلو» و «پشت» موازی



شکل ۱: شکل سوال سه

جهت حرکت هستند. فاصله مکعب از نزدیکترین فاصله بسیار بسیار بیشتر از طول مکعب است. از آنجایی که مسیر نور از گوشه‌های «پشت» و «جلو» مکعب تا ناظر متفاوت است، مکعب به نظر می‌رسد که در حال چرخش است. به نظر می رسد مکعب با چه زاویه ای می چرخد؟

راهنمایی: هر چیزی که ما درک می کنیم صرفاً تصویر اجسام سه بعدی بر روی صفحه دو بعدی شبکیه چشم است. با در نظر گرفتن این موضوع، چگونه می توانیم یک مکعب چرخانده را متفاوت از مکعبی که نمی چرخد درک کنیم؟ سرعت محدود نور و سایر اثرات نسبیتی چگونه می تواند ما را فریب دهد تا مکعب را به شکل چرخنده درک کنیم؟

سوال ۴- ۳۰ امتیاز

π_0 یک مزون سنگین با جرم ۱۳۵ $MeV/c2$ است که تقریباً بلافاصله به دو فوتون پشت سر هم تجزیه می‌شود.(با عمر $\tau = 8.4 \times 10^{-17} s$)

الف)

انرژی دو فوتون گسیل شده در مختصات مرکز جرم π_0 در هنگام واپاشی چقدر است؟

ب)

فرض کنید یکی از دو فوتون نسبت به محور x در مختصات مرکز جرم زاویه θ ایجاد کند. حداقل انرژی مزون چقدر باشد که دو فوتون گسیل شده به سمت جلو حرکت کنند. (به معنی آنکه با زاویه کمتر از ۹۰ درجه با جهت مثبت محور x به حرکت درآید.)

ج)

تصور کنید با آشکار سازتان هر دو فوتون را با زاویه $\pm 45^\circ$ نسبت به راستای پرتو اندازه میگیرید. بر اساس این اطلاعات مزون π_0 از جایی که به وجود می آید تا جایی که نابود میشود، چه مسافتی را طی میکند.