نسبیت خاص - پاییز ۱۳۹۹ - سؤالات پایان ترم

1) در یک دستگاه لخت، دو ذره هم زمان در دو جهت مختلف برهم از یک نقطه با سرعت مساوی v شلیک می‌شوند. سرعت هر ذره را نسبت به دیگری بیابید.

2) تقدیم توماس با رابطه روبرو داده می‌شود:

$$\omega_T = -\frac{\gamma(v)^2}{1+\gamma(v)}\vec{v}\times\frac{d\vec{v}}{dt}$$

الف) رابطه بالا را توضیح دهید، یعنی فیزیک تقدیم توماس را شرح دهید.

ب) برای یک حرکت دایره‌ای کندواخت دوره تناوب تقدیم توماس را حساب کنید.

3) تبدیلات لورنتس را از جنس توابع هذلولوی (hyperbolic) بازنویسی کنید.

راهنمایی: $\tanh\phi = v/c$ و با استفاده از این روابط، نشان دهید که اگر ۳ دستگاه S، S'، S'' در یک‌بندی استاندارد قرار داشته باشند سرعت "S نسبت به S به صورت زیر خواهد بود.

$$v_{S-S''} = \frac{v_{S-S'} + v_{S'-S''}}{1 + \frac{v_{S-S'}\, v_{S'-S''}}{c^2}}$$

که $v_{S-S'}$ سرعت سنجی دستگاه S' نسبت به S است، حالتهای همین است برای تولیدهای.

Scanned with CamScanner

2/

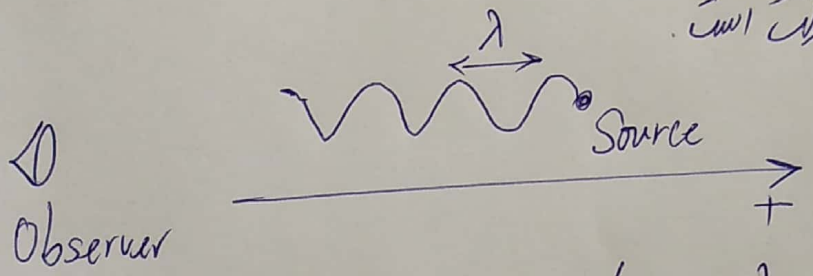
4) تبدیل پوانکاره با زوج (a, L) تعریف می‌شود. ضرب در این تبدیل‌ها این صورت است.

$$(a', L')(a, L) = (a' + La, L'L)$$

الف) درستی این ضرب را تحقیق کنید.

ب) نشان دهید تبدیل پوانکاره با این ضرب یک گروه می‌سازد.

5) در دستگاه لخت S، مجموعه‌ای از موج تخت نوری با طول موج λ به سمت منفی x حرکت مشاهده‌گر در حال حرکت است.



معادله موج در رابطه $x = -ct + n\lambda$ $(n = \text{integer})$

معادل این جبهه‌ها را در فضا-زمان منکوفسکی رسم کنید و با استفاده از تبدیل فعال لورنتس (active LT)، در دستگاه S'، طول موج از رابطه زیر داده می‌شود.

$$\lambda' = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\,\lambda$$

این رابطه، اثر دوپلر نسبیتی است.

تبدیل فعال:

$$\begin{cases} \xi = (t+x)/\sqrt{2} & \eta = (t-x)/\sqrt{2} \\ \xi' = e^{-\phi}\xi & \eta' = e^{\phi}\eta \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

6) جهان خط تکِ ناظر در راستای x^μ با سرعت u است. نشان دهید دو رویداد x^μ و y^μ که هنگامی هم‌زمان‌اند (از دید ناظر) که

$$u(x-y)=0$$

7) در یک برخورد دو ذره با تکانه‌های q_1 و q_2 قبل از برخورد و P_1 و P_2 بعد از برخورد می‌توان دو کمیت ناوردا زیر را تعریف کرد.

$$A=(q_1+q_2)^2$$

$$B=(q_1-P_1)^2$$

معنای هرکدام را در دستگاه آزمایشگاه که $q_2^\mu=m_0=0$ و نیز در دستگاه مرکز جرم بیان کنید.

8) دو دستگاه S و S' در یک‌بندی استاندارد قرار دارند. در دستگاه S'، میله‌ای موازی محور x' در جهت y' با سرعت u حرکت می‌کند. نشان دهید که در دستگاه S، میله نسبت به محور x زاویه‌ای ψ درست می‌کند که

$$\psi=\tan^{-1}\left(\frac{\gamma u v}{c^2}\right)$$

9) سفینه‌ای با سرعت نسبتی v در دستگاه لخت S حرکت می‌کند. دقیقاً در مسیر این سفینه، سیارکی در سکون نسبت به دستگاه لخت قرار دارد. فاصله بین سفینه و سیارک در زمان $t=0$ در دستگاه لخت S، d است.

ادامه ←

Scanned with CamScanner

ادامه

زمان واکنش خیابان τ است.

الف) در صورتی که خیابان سفید هیچ واکنشی نشان ندهد، زمان برخورد از دید ناظر ثابت چقدر است؟

ب) در صورتی که زمان برخورد طولانی‌تر از زمان واکنش خیابان باشد، امکان تصادف وجود دارد. زمان برخورد را از دید سفید به دست آورید.

ج) نتایج قسمت "ب" را بر اساس انقباض طول توضیح دهید.

د) توضیح خود را با رسم نمودار فضا - زمان دقیقاً مشخص کنید.

10) میدان الکترومغناطیسی $\vec{E}(x^\mu)$ و $\vec{B}(x^\mu)$ را در یک نقطه فضا - زمان در نظر بگیرید. کمیت‌های ناوردا زیر تعریف می‌شوند.

$$I_1 = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (E^2 - B^2)$$

$$I_2 = \frac{1}{4} {}^*F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = - \vec{E} \cdot \vec{B}$$

مثال دهید!

الف) اگر $I_2 = 0$ ، $I_1 \neq 0$ باشد، ثابت کنید علامت I_1 می‌تواند به دستگاهی رفت که در آن $\vec{E} = 0$ یا $\vec{B} = 0$

ب) اگر $I_1 = 0$ و $I_2 \neq 0$ باشد، می‌توان به دستگاهی رفت که در آن $\vec{E} \propto \vec{B}$

Scanned with CamScanner