1,

Special Relativity

Fall 2020

lecture Note 10

نسبیت خاص

پاییز ۱۳۹۹

درس نامه ۱۰

اتیک و نسبیت خاص

یکی از مهمترین بخش های فیزیک که نسبیت خاص تاثیر مثبت و روشن کننده ای بر آن داشت، حوزه اتیک است. پیش از نسبیت خاص، نور فقط در اثر حرکت نسبت داشت و برای بررسی پدیده های اتیکی، می بایست همزمان حرکت منبع نور و دریافت کننده را نسبت به اتر محاسبه کرد.

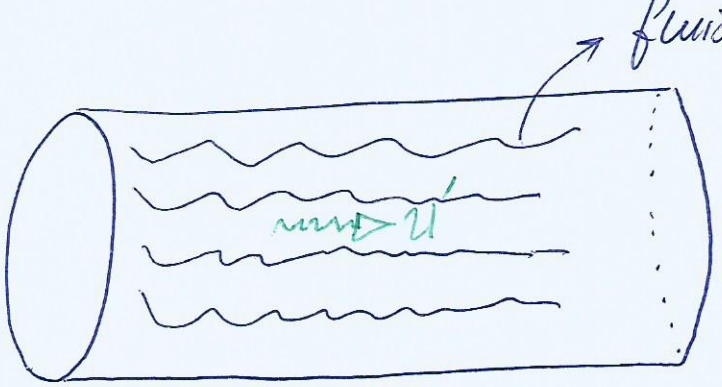
اما بعد از نسبیت خاص، تمام دستگاه های لخت، از اهمیت یکسان برخوردار شدند و این داستان را برای اتیک آسان کرد.

نکته جالب توجه دیگر این است که در اتیک به سادگی می توان $c \to \infty$ گرفت و حد غیرنسبیتی را به دست آورد. این بدین دلیل است که در فرض "c" در مسئله وجود دارد. c که در فاکتور $\frac{1}{c}$ ظاهر می شود، c ای که سرعت انتشار امواج الکترومغناطیس است که در حد غیرنسبیتی اتیک نیز باید باقی بماند.

در ادامه با آزمایش فیزو Fizeau's experiment (1851) آشنا و ادامه می دهیم.

□ آزمایش Fizeau,

آزمایش به این ترتیب است که فرض کنید در داخل لوله‌ای، سیالی شفاف transparent liquid با سرعت v در جریان است. در داخل این لوله پرتو نوری ارسال می‌شود. سؤال این است که سرعت نور برای ناظر آزمایشگاه (ساکن) چقدر است؟



(شکل 1)

اگر شما به اندیشه‌ی اتر اعتقاد داشته باشید، جواب خواهید داد که نور اختلال اتر است و از این رو باید سرعتش تغییر کند، درحالی که در آزمایشگاه جواب متفاوت است.

اگر سرعت نور در سیال ساکن u' باشد، در این صورت سرعت نور نسبت به دستگاه آزمایشگاه u به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u = u' + kv \qquad (1)$$

که $k = 1 - \frac{1}{n^2}$

که k را ضریب کشندی گویند. که مقداری بین صفر و یک است، n ضریب شکست ماده است، $n = c/u$، به طور مثال برای آب $k \simeq 0.44$

در 1820 فرنل Fresnel، نظریه‌ی موج نور را بر پایه‌ی آزمایش فیزو، که از دهه‌ها قبل برای اثبات موجی نور در سیال محاسبه کرده بود، ارائه کرد. ولی این آزمایش در اصل جمع ساده سرعت‌ها در نسبیت خاص را تائید می‌کند.

سرعت نور در دستگاه S

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \approx (u'+v)\left(1 - \frac{u'v}{c^2}\right) \quad (3)$$

دستگاه S - ساکن
سرعت نور

$$\approx u' + v - \frac{u'^2 v}{c^2} - \frac{u' v^2}{c^2} \rightarrow \text{قابل صرف نظر}$$

$$\approx u' + v\left(1 - \frac{u'^2}{c^2}\right) = u' + kv$$

که در نتیجه

$$k = 1 - \frac{u'^2}{c^2} \quad (4) \qquad \left.\begin{array}{l} \\ \end{array}\right\} \quad k = 1 - \frac{1}{n^2}$$

ضریب شکست $n \equiv \frac{c}{u'}$

این نتیجه را در سال 1907 Laue به دست آورد. زیبایی و سادگی راه حل آزمایش فیزو با ایده جمع سرعت‌های نسبیت خاصی، حیرت انگیز است.

Max Theodor Felix von Laue (1879 - 1960)

- ماکس فون لائو شاگرد پلانک و زرمانی بود.

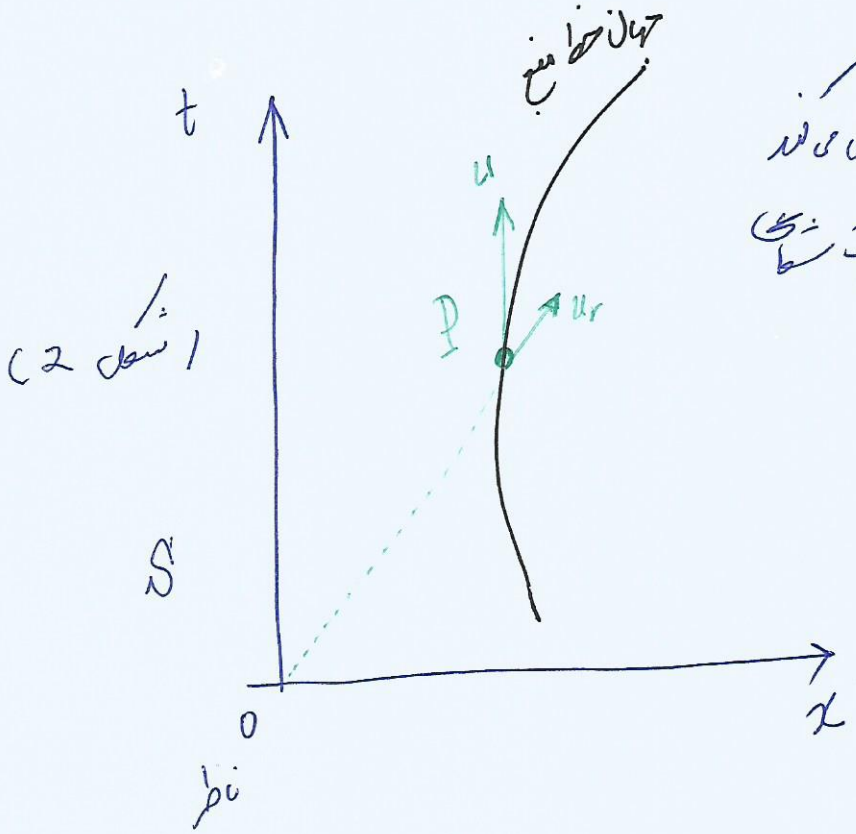
Nobel prize in physics 1914

Diffraction of X-ray crystals.

4,

□ اثر دوپلر Doppler Effect

یکی از مشهورترین پدیده‌های کشف شده در فیزیک موجی و ذیک، پدیده دوپلر است که سبب می‌شود تا بسامد نسبی منبع و ناظر مشاهده کند نور/صوت دگرگون شود. این اثر که توسط فیزیکدان اتریشی Christian Andreas Doppler (1803-1853) فرمول‌بندی شد. او از این اثر برای توصیف رنگ ستاره‌های دوتایی استفاده کرد. او در دانشگاه صنعتی وین Technische Universität Wien و پلی‌تکنیک پراگ Pragia Polytechnic درس خوانده و استاد دانشگاه پراگ شد، از شاگردان معروف او گرگور مندل Gregor Mendel معروف است. برای بررسی اثر دوپلر نسبتی دستگاه S را منطبق بر ناظر ساکن در نظر بگیرید. متحرکی با سرعت u (مانند خط) رسم شده در این دستگاه حرکت می‌کند.



در لحظه t_1 پس لوله را ارسال می‌کند در این زمان سرعت متحرک u و سرعت شعاعی u_r است.

در بازه زمانی $d\tau$ (زمان همراه منبع) پالس دوم فرستاده می‌شود. ارسال دو پالس می‌تواند به معنای دریافت قله‌های یک موج کمتر یا بیشتر باشد. ناظر S این دو پالس را در بازه زمانی $\gamma(u)\,d\tau$ به خاطر اثر جمع زمان دریافت خواهد کرد. اما نکته مهم دیگر این است که در بازه زمانی فوق، منبع به اندازه $\gamma\,d\tau\,u_r$ دور شده است. از این رو زمان بین دریافت دو پالس به صورت زیر خواهد بود.

$$(5)\quad dt = \gamma\,d\tau + \frac{\gamma\,d\tau\,u_r}{c}$$

از این رو خواهیم داشت

$$(6)\quad \frac{dt}{d\tau} = \gamma\left[1 + \frac{u_r}{c}\right]$$

از سوی دیگر می‌دانیم که فرکانس پالس بازه زمانی معکوس است. از این رو

$$(7)\quad \frac{\nu_{em}}{\nu_{obs}} = \gamma\left[1 + \frac{u_r}{c}\right] = \frac{1 + \frac{u_r}{c}}{\left(1 - u^2/c^2\right)^{1/2}} \simeq 1 + \frac{u_r}{c} + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \cdots$$

که ν_{em} فرکانس مربوط به منبع، ν_{obs} فرکانس مربوط به مشاهده‌گر است. ترم دوم سمت راست تقریبی است با این ایده که از مرتبه $(u/c)^3$ صرف نظر شده است. ترم آخر تصحیح سنتی اثر انتشار زمان است.

6,

در صورتی که تمام حرکت به صورت شعاعی باشد، خواهیم داشت

$$(8)\quad \frac{\nu_{em}}{\nu_{obs}} = \frac{1+\frac{u}{c}}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}} = \frac{\left(\left(1+\frac{u}{c}\right)^{1/2}\right)^2}{\left[\left(1-\frac{u}{c}\right)\left(1+\frac{u}{c}\right)\right]^{1/2}} = \left(\frac{1+\frac{u}{c}}{1-\frac{u}{c}}\right)^{1/2}$$

این بدین معنا است که منبع نه با سرعت u از ناظر دور می‌شود، و کاستی نور دریافتی از آن کم شده، اثر انتقال به سرخ را داریم. جالب است بدانید که طیف سنجی از کهکشان‌ها و مشاهده انتقال به سرخ خطوط طیفی مشخص، باعث کشف انبساط جهان شد. این هم نتیجه تلاش‌های میخائل اوایل قرن ۲۰ بود که با جمع بندی‌های در 1929 به نتیجه رسید.

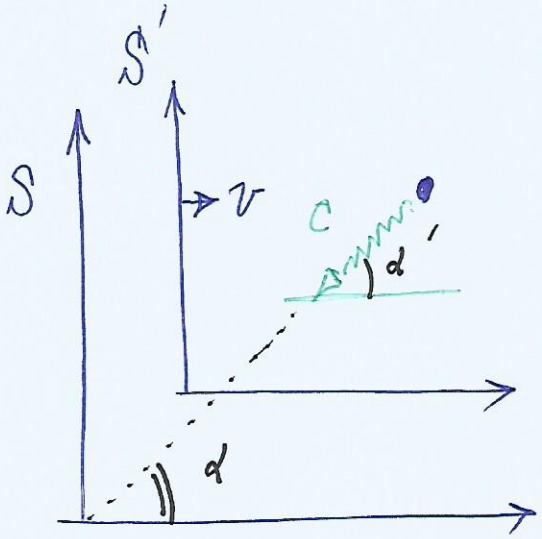
□ ابراهی «Aberration»

حرکت در هوایی که به صورت محوری فرومی‌ریزد، این شاهد را به همراه دارد که باران به صورت مایل به شیشه می‌رسد. این تغییر زاویه ظاهری از یک مجموعه مرجع برای ناظرهایی که حرکت نسبی دارند پیش از این شناخته شده بود. به آن اثر ابراهی aberration effect گویند.

در سال 1728، Bradley منجم انگلیسی بود که اثر ابراهی مرتبط با نور ستارگان را به خاطر حرکت نسبی زمین نسبت به دایره البروج ecliptic کشف کرد.

7)

فرض کنید زاویه α و α' به ترتیب زاویه‌ی بین جهت حرکت منبع با محورهای x و x' در دستگاه S و S' باشد. این دو دستگاه نسبت به هم در راستای x با سرعت v حرکت می‌کنند.



(شکل 3)

سرعت نسبی دو دستگاه به صورت زیر است.

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v / c^2} \quad (9)$$

$$u'_x = -c\cos\alpha' \quad ; \quad u_x = -c\cos\alpha \quad (10)$$

$$-c\cos\alpha' = \frac{-c\cos\alpha - v}{1 - \frac{(-c\cos\alpha)v}{c^2}} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha' = \frac{\cos\alpha + v/c}{1 + (v/c)\cos\alpha}} \quad (11)$$

با این فرض که سیگنال در صفحه $x-y$ قرار دارد، رابطه بین سینوس زوایا به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\sin\alpha' = \frac{\sin\alpha}{\gamma\left[1+\left(\frac{v}{c}\right)\cos\alpha\right]} \qquad (12)$$

حال با جایگذاری این روابط در رابطه شماره ۱۳ خواهیم داشت

$$(13)\quad tg\frac{\alpha'}{2} = \frac{\sin\alpha'}{1+\cos\alpha'} = \frac{\dfrac{\sin\alpha}{\gamma\left[1+\left(\frac{v}{c}\right)\cos\alpha\right]}}{1+\dfrac{\cos\alpha+\frac{v}{c}}{1+\left(\frac{v}{c}\right)\cos\alpha}}$$

$$= \frac{\sin\alpha}{\gamma\left[1+\frac{v}{c}\cos\alpha+\cos\alpha+\frac{v}{c}\right]} = \frac{\sin\alpha}{\gamma\left(1+\frac{v}{c}\right)\left(1+\cos\alpha\right)}$$

$\cos\alpha\left(1+\frac{v}{c}\right)$

$$= \frac{1}{\gamma\left(1+\frac{v}{c}\right)} tg\frac{\alpha}{2} \quad \rightarrow \quad tg\frac{\alpha'}{2} = \left(\frac{c-v}{c+v}\right)^{\frac{1}{2}} tg\frac{\alpha}{2}$$

اگر سرعت v مثبت باشد α' از α کوچکتر خواهد بود چون $tg\frac{\alpha}{2}$ یک تابع صعودی از $\alpha=0,180$ است. این ترتیب برای v منفی برعکس می‌شود. در صورتی که بخواهیم از اینسیدانس برای پرتوهای خروجی بدست c را باید با $c-$ تعویض کنیم. این معادل جابجایی زاویه α با α' است

این بحث را در درس‌ها شبیه‌سازی خواهیم کرد

«پایان درس نامه»