نسبیت خاص

درس نامه ۴

پاییز ۱۳۹۹

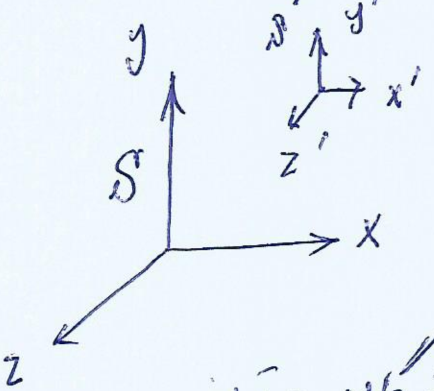
# Special Relativity

Fall 2020

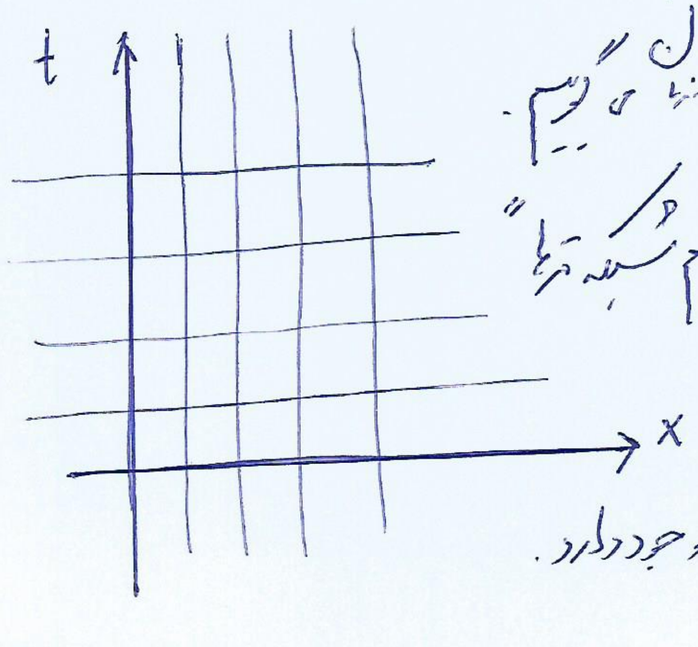
lecture Note 4

در درس نامه های قبل، درباره دستگاه مختصات مرجع، صحبت به تفصیل صحبت کردیم.

فرض کنید که دستگاه مختصات تخت $S$ را با مختصه دکارتی Cartesian Coordinate داشته باشیم. حال در نظر بگیرید که دستگاه تخت دیگری $S'$ که با سرعت ثابت $\vec{V}$ نسبت به دستگاه $S$ در حال حرکت است. با توجه به تبدیلات گالیله می توانیم مبدا مختصات (انتقال در مبدا مکان - زمان) و جهت بردارهای مختصه (دوران) طوری هر دو را هم قرار دهیم که در پیکربندی استاندارد قرار بگیرند.




از این رو می توانیم مولفه های مکانی را در $x$ و زمان $t$ را داشته باشیم




این نمودار - نمودار فضا-زمان می گوییم.

همچنین فرض می کنیم شبکه "ترها" رصدها در هر نقطه از این نمودار وجود دارد.

هدف این است که رویدادها را در دو دستگاه S و S' اندازه گیری کنیم.

رویداد در S با (x,y,z,t) و در S' با (x',y',z',t') مشخص می شود.

اگر در یک بعدی استاندارد هستیم (t,x) و (t',x') یک رویداد را در دو دستگاه مشخص می کنند. در صورت شبکه (فضا-زمان) می توانند فرض کنند که در هر نقطه یک ناظر با ساعت نشسته است که این ساعت ها را می دانیم که چگونه همزمان کنیم.

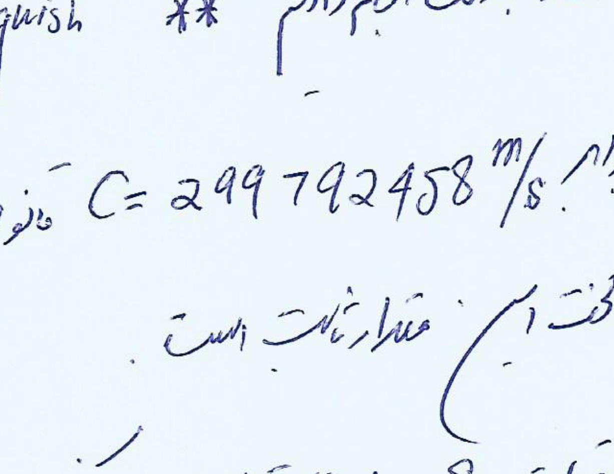
## اصول نسبیت خاص:

1) تمام دستگاه های لخت قوانین فیزیک را یکسان می بینند.

* تعریف دستگاه لخت را با دقت انجام دادیم ** "you cannot distinguish frames"

2) سرعت نور ثابت برابر با $C = 299792458\ m/s$ قانون فیزیک است و در تمام دستگاه های لخت این مقدار ثابت است.

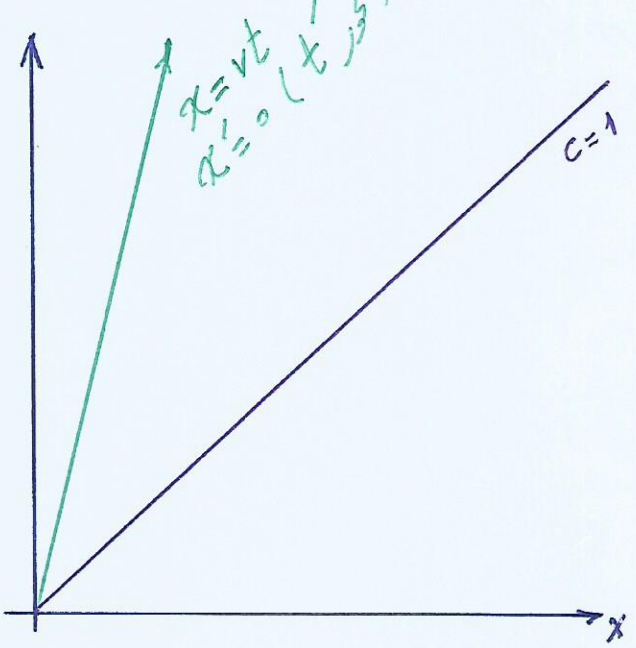
از این رو دستگاه مختصات S را به صورت زیر رسم می کنیم. واحدهای طول و زمان را به گونه ای برای نمودار انتخاب می کنیم که $C = 1$ شود. در نتیجه خطوط با زاویه $45^\circ$ خط سیر نور است.



پس خط $x=ct$ نشانگر مسیر نور در دستگاه $S$ است و اگر در واحدهایی باشیم که $c=1$ ، $x=t$ است.

حال فرض کنید که دستگاه $S'$ با سرعت $v$ از پیکربندی استاندارد شروع به حرکت می‌کند

حال این ناظر را در دستگاه مختصات $S$ رسم می‌کنیم.




خط سبز رنگ $x=vt$ نشانگر مسیر مبدا مختصات دستگاه $S'$ است.

برای دستگاه $S'$ که این مکان برابر $x'=0$ و یا همان محور $t'$ است.

حال فرض کنید که تبدیلات گالیله به صورت زیر برقرار باشد

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ t' = t \end{cases}$$

سوال: سرعت نور در دستگاه $S'$ که با تبدیلات گالیله چقدر است؟

$$x' = ct - vt = (c-v)\,t = (c-v)\,t'$$

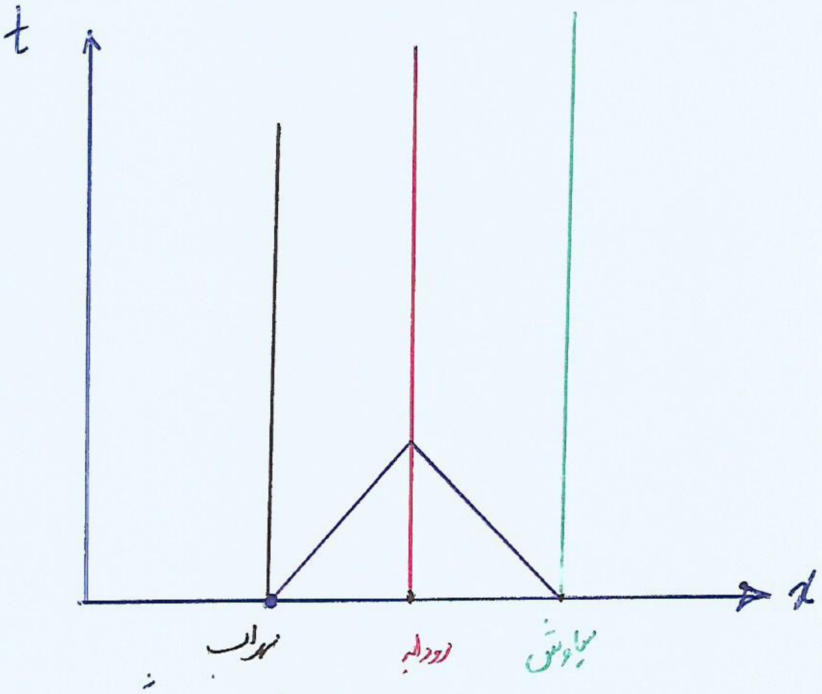
این بدین معنا است که سرعت نور در دستگاه $S'$، $c-v$ است! و این در تناقض با اصل نسبیت است! حتی برای نوری که در جهت $x=-ct$ منتشر می‌شود.

$$x = -ct \qquad x' = -ct - vt = -(c+v)t$$

خب، یک چیزی در مورد تبدیلات درست نیست! آخر قرار است نور در دستگاه‌های گوناگون با سرعت ثابت حرکت کند.

Something is wrong with this simple-minded Cordinate transformation.

مسئله را چگونه حل کنیم. پیش از آن که قدم پیش بگذاریم باید مسئله همزمانی را بفهمیم برای درک این مسئله ما می‌توانیم ساعت‌هایمان را با ۳ ناظر (که هرکدام یک لیزر - چراغ قوه - پالس نوری دارند) همزمان کنیم. فرض کنید سهراب، رودابه و سیاوش در دستگاه، که در فواصل معینی نشسته اند، می‌خواهند ساعت‌هایشان را همزمان کنند.



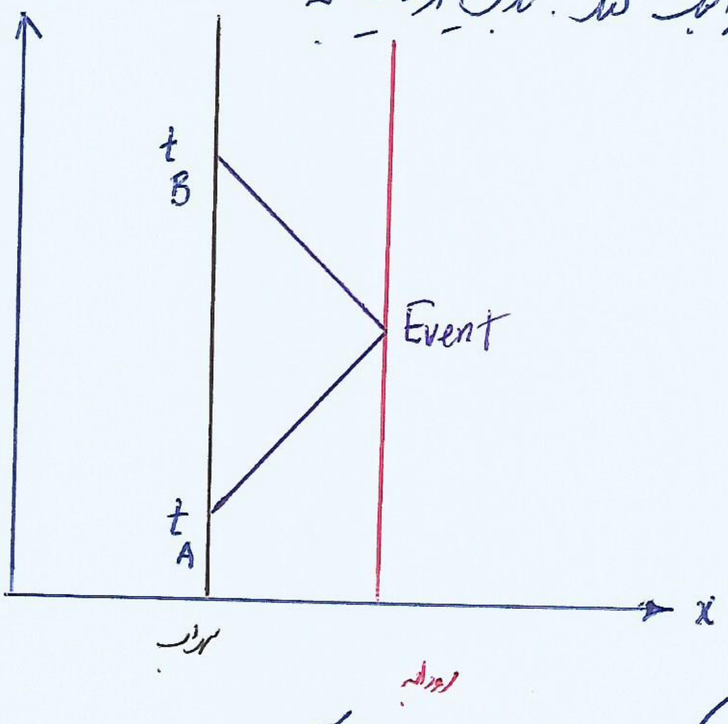

خط مشکی جهان خط سهراب است و سبز جهان خط سیاوش. سهراب و سیاوش قصد دارند که ساعت‌هایشان را همزمان کنند در زمان $t = 0$ (شد ۵ عصر) هر دو پالس نوری به سمت هم تابانده‌اند. رودابه دقیقاً در میان راه آن دو قرار دارد.

درصورتی که رودابه دو پالس نوری را همزمان دریافت کند، ساعت های سهراب و سیاوش همزمان است. پس خطوط همزمان خطوط موازی با محور x است.

(درحالتی که S ساکن باشد.)

این مثال ایده همزمانی را در نسبیت خاص به خوبی نشان می دهد.

یک نکته دیگر، فرض کنید رودابه آینه ای داشته باشد و پالس دریافتی سهراب را بازپس بفرستد. در این صورت سهراب می تواند موقعیت رویداد برخورد پالس با آینه رودابه را ثبت کند. بدین ترتیب که




سهراب در زمان $t_A$ یک پالس نوری می فرستد و آن را در زمان $t_B$ دریافت می کند.

در نتیجه مختصه رویداد (برخورد پالس به آینه) به صورت زیر است.

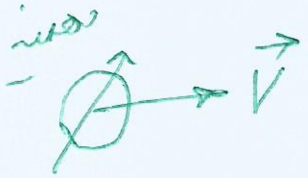
$$t_E = \frac{t_A + t_B}{2}$$

$$x_E = \frac{t_B - t_A}{2}$$

توجه کنید که سرعت نور را واحد در نظر گرفته ایم

پس با استفاده از ۳ ناظر که در فاصله برابر از یکدیگر قرار دارند و با داشتن پالس نوری و آینه‌ها می‌توان مختصات شبکه فضا-زمان را به دست آورد و خطوط هم‌زمانی را ترسیم کرد.

سؤال مهم این است که اگر فرد جدیدی تهمینه با سرعت ثابت V نسبت به دستگاه سکون حرکت کند آیا باز ساعت‌های سهراب و سیاوش را هم‌زمان می‌بیند

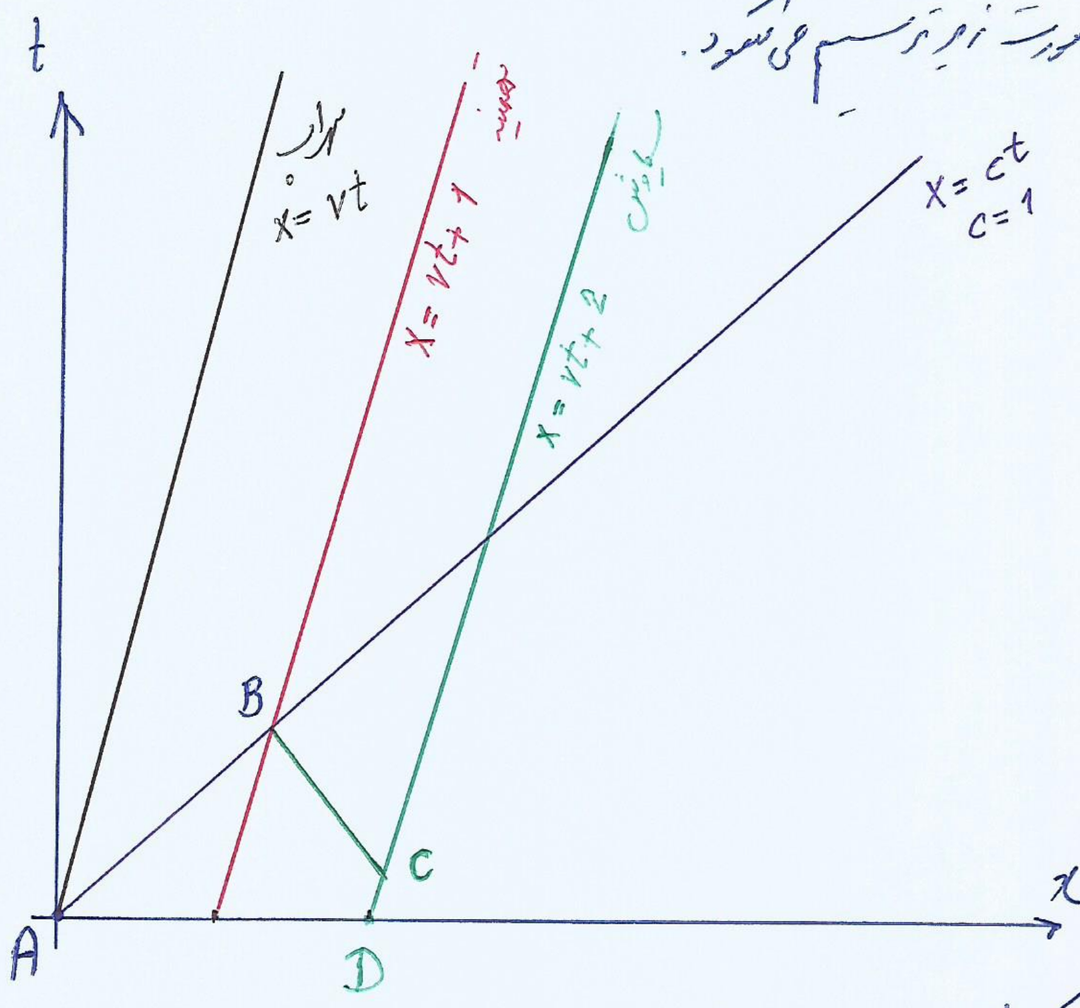


به بیان دیگر هم‌زمانی سهراب و سیاوش از دید تهمینه چگونه خواهد بود؟

برای حل مسئله اول شکل فضا-زمان را ترسیم کنید (برای حل مسائل نسبیت خاص مهم است که شکل رسم کنیم

دوم: تهمینه از سهراب و سیاوش درخواست دارد که همراه او با سرعت ثابت V حرکت کنند. چون برای ترسیم خطوط هم‌زمانی به ۳ ناظر احتیاج داریم.

سهراب در موقعیت ۰، تهمینه در موقعیت 1 و سیاوش در موقعیت 2 در دستگاه S که قرار دارند و با سرعت v شروع به حرکت می‌کنند. نمودار فضا - زمان به صورت زیر ترسیم می‌شود.




توجه کنید که ۳ ناظر در فواصل معین قرار دارند. در رویداد A، سهراب پالس نوری را برای تهمینه ارسال می‌کند. سؤال: سیاوش کی با سهراب همزمان است.

رویداد B، رویدادی است که تهمینه پالس را دریافت کرده است.

سؤال ۱: مختصه B چیست؟ جواب ساده است. محل تقاطع نور و جهان خط تهمینه

$x = t$ نور

$x = vt + 1$ جهان خط تهمینه $\Rightarrow vt + 1 = t \rightarrow t = \frac{1}{1-v}$

$x = \frac{1}{1-v}$

پس مختصه رویداد B برابر است.

$$B\left(t=\frac{1}{1-v},\ x=\frac{1}{1-v}\right)$$

سؤال: حال چه پرتو نوری از طرف سیاوش، همزمان به بهمنه می رسد؟

جواب این سؤال ساده است. نور همواره روی خطوط $45^\circ$ حرکت می کند. در نتیجه پالس را بهمنه می تواند به سمت سیاوش ارسال کند.

پالس سبزرنگ معادل خط سیاوش را در نقطه C قطع می کند. نکته جالب این که نقطه همزمان رویداد A برای ناظر در حال حرکت با سرعت $v$، نقطه C است، نه نقطه D! هدف بعدی این است که مختصه نقطه C را بیابیم.

پس کافی است. پالس نوری سبزرنگ را با معادل خط سیاوش قطع دهیم.

معادل خط پالس نوری $\quad x+t=cte$ (ثابت)

پرتوهای نوری با زاویه $-45^\circ$.

معادل خط سیاوش $\quad x=vt+2$

نکته جالب این که نقطه B بر روی پالس است و

$$x=t=\frac{1}{1-v}$$

در نتیجه

$$x+t=\frac{2}{1-v}$$

دو معادله به صورت زیر است و حال باید $x$ , $t$ را به دست بیاوریم.

$$\begin{cases} x+t=\dfrac{2}{1-v} & (1) \\ x=vt+2 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow vt+2+t=\frac{2}{1-v}$$

$$\Rightarrow t(v+1)=\frac{2}{1-v}-2=\frac{2-2+2v}{1-v}=\frac{2v}{1-v}$$

در نتیجه :

$$\boxed{t=\frac{2v}{1-v^2}}$$

حال این $t$ را در رابطه (2) قرار می‌دهیم

$$x=vt+2=v\frac{2v}{1-v^2}+2=\frac{2v^2+2-2v^2}{1-v^2}=\frac{2}{1-v^2}$$

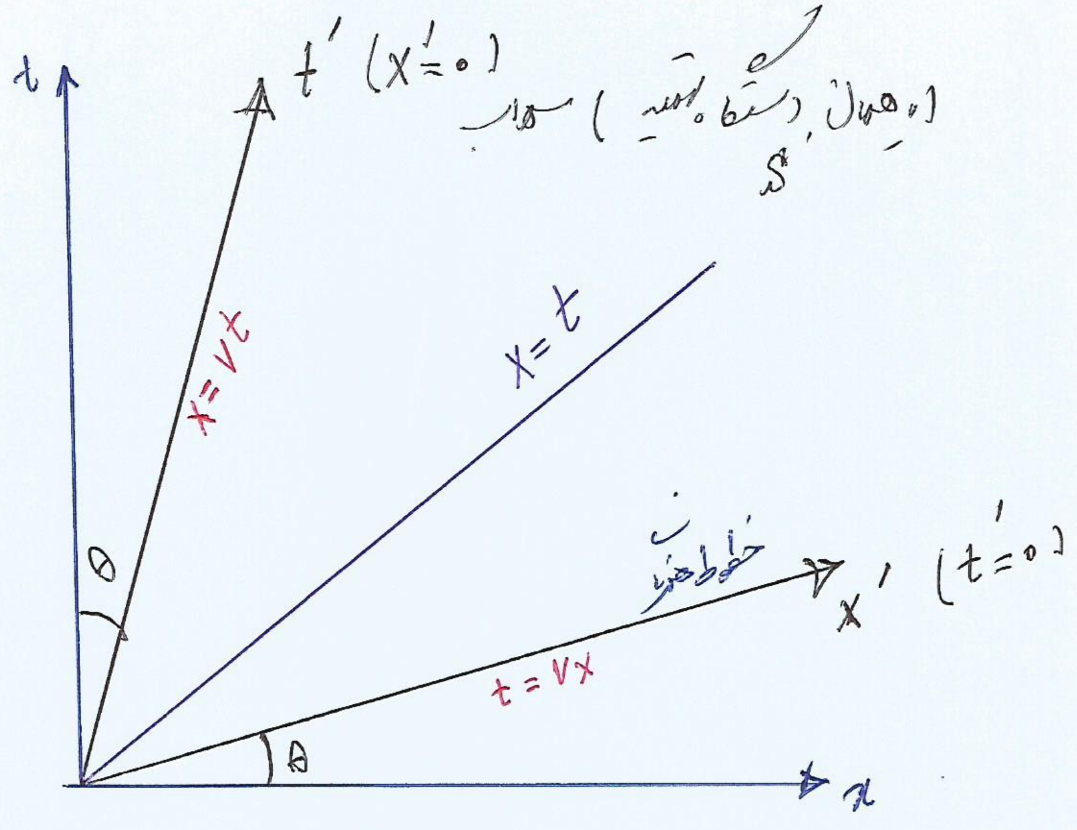
$$\boxed{x=\frac{2}{1-v^2}}$$

پس مختصات رویداد $C$ برابر است با $\left(t=\dfrac{2v}{1-v^2}, x=\dfrac{2}{1-v^2}\right)$ : $C$ و جالب‌تر اینکه ! $t=xv$

این معادله خطی است که با شیب $v$ در دستگاه $t$ ، $x$ رسم شده است و این خط

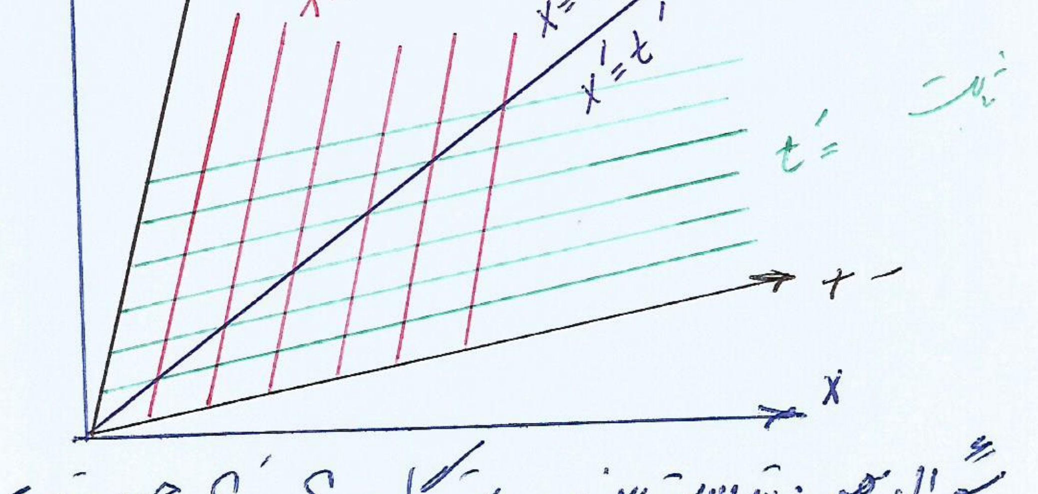
هم‌زمانی با رویداد $A$ است. اگر ناظر تصمیم بگیرد که این را زمان صفر اعلام

کند $t'=0$ به این معناست که محور $x'$ را به دست آورده‌ایم.




این نمودار جالب است. $x=t$ مسیر حرکت نور برای هر دو دستگاه یکسان است. تقارنی بر حسب خط $x=t$ در دو طرف نمودار (برای نمایش مسیر پرتو نور) وجود دارد. خطوط هم‌زمان موازی محور $x'$ و خطوط هم‌مکان موازی محور $t'$ خواهد بود.

پرتو نور برای دستگاه $S'$ دارای خط $x'=t'$ است. خطوط هم‌زمان و هم‌مکان را در شکل زیر می‌بینید.




سؤال مهم: تبدیلات بین دو دستگاه $S$ و $S'$ چیست؟

پایان