به نام خدا

نسبیت خاص
تمرین سری پنجم

موعد تحویل : شنبه ۲۰ آذر ۱۳۹۵ ساعت ۹ تا ۱۰:۳۰ سر کلاس و پس از آن تحویل گرفته نمی شود .

سوال اول : شتاب ویژه

فرض کنید ذره ای در دستگاه S در راستای محور x ها در حرکت است. شتاب ویژه ی این جسم ، شتابی تعریف می شود که در دستگاه ی سکون لحظه ای جسم اندازه گیری شود. به عبارت دیگر از در لحظه ای سرعت جسم برابر v باشد ، در دستگاه S' که سرعت v دارد ، این جسم در حال سکون است ، شتاب این جسم در این دستگاه معادل شتاب ویژه است. یعنی : $\alpha = dv'/dt'$ نشان دهید که شتاب جسم در دستگاه S برابر است با:

$$\frac{dv}{dt} = \gamma(v)^{-3}\alpha$$

فرض کنید ذرات گاز از موشکی ، با نرخ b کیلوگرم بر ثانیه به بیرون پرتاب می شوند. اگر اندازه سرعت ذرات خارج شده از موشک ، در دستگاه سکون لحظه ای موشک برابر با u باشند ، شتاب ویژه ی جسم را در حالتی که جرم سکون موشک m و سرعت آن در دستگاه زمین v باشد ، بدست آورید. شتاب این موشک در دستگاه زمین چقدر است.

سوال دوم :

می خواهیم یک واکنش ساده را بررسی کنیم. فرض کنید ذرات a و b با هم برخورد کرده و نابود شده و ذره c و d بوجود می آیند. یعنی واکنش زیر را داریم.

$$a + b \to c + d$$

که در این واکنش جرم سکون و چهار تکانه ذره i ام به ترتیب m_i و p_i^μ است.
الف) نشان دهید تمام ضرب هایی به شکل $p_i.p_j$ را می توان بر حسب سه کمیت زیر و جرم های سکون نوشت.

$$s \equiv (p_a + p_b)^2$$
$$t \equiv (p_a - p_c)^2$$
$$u \equiv (p_a - p_d)^2$$

ب) نشان دهید.

$$s + t + u = \sum m_i^2 c^4$$

ج) کمینه انرژی الکترونی را بیابید که در برخورد رو در رو با یک پوزیترون ثابت ، میون و آنتی میون تولید شود.

سوال سوم :

از قانون دوم نیوتن استفاده کنید

$$F = dp/dt$$

منتهی در این رابطه از رابطه تکانه نسبیتی استفاده کنید و نشان دهید که بردار شتاب

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt$$

که توسط بردار نیرویی ثابت ایجاد شده است که بر روی ذره ای به جرم m اثر میکند برابر است با

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{\gamma m} - \frac{\vec{v}}{\gamma m c^2}(\vec{F}.\vec{v})$$

سوال چهارم :

یک اتم بر انگیخته به جرم m در دستگاهی ساکن است . این اتم یک فوتون گسیل میکند و به این ترتیب از انرژی آن مقدار ΔE کاسته میشود. با نظر گرفتن پس زنی اتم بسامد فوتون گسیل شده را محاسبه کنید.

سوال پنجم :

ذره ای به جرم m در راستای محور x تحت نیروی

$$F = -m\omega^{۲}x$$

حرکت میکند. دامنه ی حرکت b است . نشان دهید دوره ی تناوب $T.$ برابر است با :

$$T. = \frac{۴}{c}\int_{.}^{b}\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^{۲}-۱}}dx$$

$$\gamma = ۱ + \frac{\omega^{۲}}{۲c^{۲}}(b^{۲}-x^{۲})$$

سوال ششم : تابش ترمزی

یک الکترون سریع با با جرم سکون m و سرعت u در اثر برخورد با یک هسته ی سنگین به جرم M، از شتابش کاسته می شود و یک فوتون با فرکانس ν تابش می کند، که به این فرآیند، فرآیند تابش ترمزی می گوییم.

آ) بحث کنید که فوتون و الکترون و هسته پس از برخورد در جه راستایی پراکنده شوند تا انرژی فوتون تابش شده، بیشینه شود؟

ب) مقدار این انرژی بیشینه را به دست بیاورید.

$$h\nu = \frac{c^{۲}mM\left[\gamma(u) - ۱\right]}{M + m\gamma(u)\left(۱ - u/c\right)} \qquad (۱)$$

راهنمایی: رابطه ی چهار برداری ای که به توان دو می رسانید بهتر است، $P + Q - N = P' + Q'$ باشد، که در آن P چهار تکانه الکترون و Q چهار تکانه هسته پیش از برخورد و P' و Q' مقادیر متناظر پس از برخورد باشند.

سوال هفتم : ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت

در دستگاه یکنواخت S میدان الکتریکی یکنواختی در جهت X وجود دارد. ذر ه ای باردار با جرم سکون $m.$ و بارالکتریکی $q.$ با سرعت اولیه ی u_i و پارامتر لورنتز متناظر γ_i در راستای y پرتاب می شود. با توجه به اینکه میدان های الکترو مغناطیس همیشه جرم سکون را حفظ می کنند، نشان دهید:

آ)

$$\frac{d^{۲}y}{d\tau^{۲}} = ۰, \qquad m.\frac{d^{۲}x}{d\tau^{۲}} = \gamma qE, \qquad \gamma = \frac{۱}{c}\sqrt{(\frac{dx}{d\tau})^{۲} + c^{۲}\gamma_i^{۲}} \qquad (۲)$$

ب) معادله ی حرکت ذره برابر میشود با:

$$x = \frac{c^{۲}m.\gamma_i}{qE}\,cosh\,\frac{qEy}{cm.u_i\gamma_i} \qquad (۳)$$

پ) اشتباه نکنید : معادله ی بالا یک تابع کسینوس هذلولوی در صفحه ی $x-y$ است و ربطی به هذلولی به دست آمده در حرکت یک ذره با شتاب ویژه ثابت در یک بعد ندارد، چون که هذلولی ای در صفحه ی $x-t$ می باشد. حالا خوب است که به طوردقیق، شتاب ویژه ذره در راستای x را اندازه بگیریم تا مطمعن شویم. برای این کار، دستگاه های لخت لحظه ای در راستای x در نظر بگیرید که باسرعت لحظه ای ذره در این راستا حرکت میکنند، حالا نشان دهید که شتاب ویژه در این راستا برابر میشود با :

$$\frac{qE}{m.\gamma(u_{۲})} \qquad (۴)$$

که در آن $u_{۲}$ سرعت لحظه ای ذره در راستای y می باشد. بنابراین این شتاب ویژه ثابت نیست!

لطفاً نام و نام خانوادگی و شماره دانشجویی خود و نام دستیار آموزشی را بالای برگه تحویلی بنویسید.