

- اتیان بیان نرم I
- در خانه - نسبت عام - دانش فیزیک دانشگاه تهران

- دوشنبه ۲۵ / ۱ / ۹۹ ساعت ۲۱:۰۰ الی

- سه شنبه ۲۹ / ۱ / ۹۹ ساعت ۲۳:۵۹

To : sh.baghram@gmail.com

1- اتحاد بیانی به شکل زیر است $R_{\mu\nu}$ تانسور ریمان و R اسکالر کربل

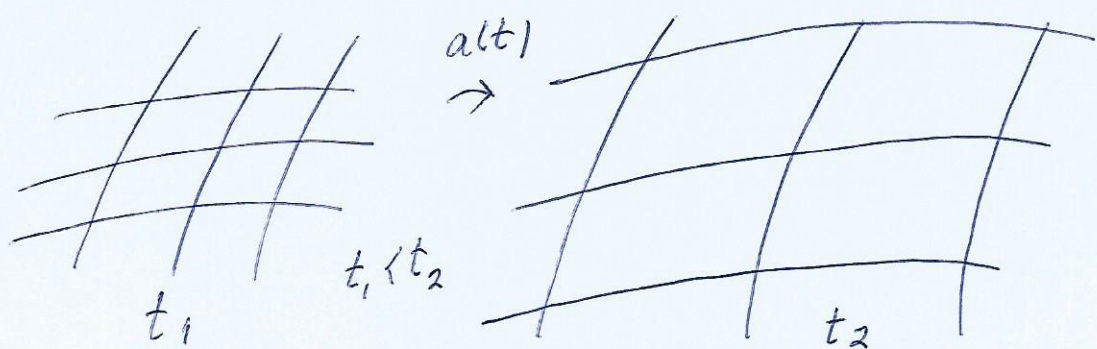
$$\nabla^\mu R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \nabla_\nu R$$

2- برای کیهان شرط هونده می توانیم از متریک فریدمن - رابرتسون - واکر

Friedmann-Robertson-Walker به صورت زیر استفاده کنیم (FRW-metric)

$$ds^2 = - dt^2 + a^2(t) \delta_{ij} dx^i dx^j$$

که $a(t)$ عامل انبساط کیهان و تابعی از زمان است. این متریک با توجه به تقارن جهان نوشته شده است. نشان دهنده کیهانی است که فضا و نضای آن با زمان دینامیک دارد و رشد کرده است.



2, در این تئریک کیهانی نامعلوم است. حاصل مقیاس است $a(t)$ که با توجه به مولفه‌ها
 تشکیل دهنده جهان، بستگی به زمان آن از حل معادله اینشتین بدست می آید.

الف) در ابتدا مولفه‌های تریک $g_{\mu\nu}$ ، $g^{\mu\nu}$ را تعیین کنید.

ب) نشان دهید که $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$ را برای این تریک می‌تواند

ج) معادله ژئودزیک را برای مولفه "صفر" (سمت زمانی) بدست آورید. با این معادله

ژئودزیک نشان دهید که انرژی فوتون گسیخته در زمان t_E و انرژی

فوتون دریافت شده در زمان t_R برابر است با:

$$\frac{E(t_R)}{E(t_E)} = \frac{a(t_E)}{a(t_R)}$$

د) با توجه به حل قسمت قبل انتقال به سرخ کیهانی Cosmological Redshift را
 تعریف کرده و در مورد آن بحث کنید.

ه) قانسور ریچی $R_{\mu\nu}$ ، اسکالر ریچی R را برای تریک FRW
 محاسبه کنید.

و) معادلات فریدلین را با استفاده از معادله اینشتین $G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho$$

معادله فریدلین

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3P)$$

3. برای به دست آوردن روابط فوق توضیح دهید چه فرضی برای تابش نور انرژی-کمانه انجام شده است. همچنین می توانید از قوانین پیوستگی (رابطه زیر) استفاده کنید.

$$\nabla_{\mu} T^{\mu\nu} = 0$$

ه) در مکان مختل شده، بهمانی که در آن ماده وجود داشته باشد، متریک FRW به صورت زیر تصحیح می شود به ترتیب جدید FRW - اختلالی می گویند.

$$ds^2 = - (1 + 2\psi(\vec{x}, t)) dt^2 + a^2 \delta_{ij} (1 + 2\phi(\vec{x}, t)) dx^i dx^j$$

که $\psi(\vec{x}, t)$ و $\phi(\vec{x}, t)$ دو تابع اختلالی بدون بُعد هستند که نقش شبه پتانسیل گرانشی را ایفا می دارند. $a = a(t)$ می در حال تغییر است.

ه-۱) ارتباط بین انرژی فوتون ها، اندازه تکانه مختل، مولفه های متریک را بدست آورید.

ه-۲) نشان دهید که فوتون ها در ناحیه فراپراثر چگال *overdense* / *underdense*

$\psi \neq 0, \phi \neq 0$ دارای رفتار زیر خواهند بود:

$$\frac{dx^i}{dt} = \frac{\dot{\Phi}^i}{a} (1 + \Psi - \Phi)$$

ی) معادله بولتزمن $\frac{df}{dt} = 0$ را متریک FRW - اختلالی به دست آورید.

نکته مهم: در جواب هر قسمت، توضیحات کافی را بدهید. اگر نتایج فیزیکی جالب توجه بدست می آورید نیز یادداشت کنید.