

تولد اوج زشتی :

برای بدست آمدن اوج زشتی در حضور منبع، باید بتوانیم $G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$ را کلاً نسیم
این بین خواست که تدها اسکالر در باره ی اختلال نیز روشن خواهند شد.

از طرف دیگر جواب ساده $h_{\mu\nu}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & 2s_{ij} & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$ خواهد بود.

در صورتی که تبدیل اختلالی را باید در نظر بگیریم. طبق روابط در سن بعد قبل خواهیم داشت

(1) $\begin{cases} \bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} h \eta_{\mu\nu} \\ \bar{h} = -h \end{cases}$ Trace-Reversed perturbation
که در بی نهایت در دور از منبع سال داریم $\bar{h}_{\mu\nu}^{TT} = h_{\mu\nu}^{TT}$ تحت تبدیل بی نهایتی

(2) $\bar{h}_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} + 2 \partial_{(\mu} \xi_{\nu)} - \partial_{\lambda} \xi^{\lambda} \eta_{\mu\nu}$
با انتخاب $\square \xi_{\mu} = -\partial_{\lambda} \bar{h}^{\lambda}_{\mu}$ می توانیم بی نهایت لورنتس را حذف کنیم.

(3) $\partial_{\mu} \bar{h}^{\mu\nu} = 0$ Lorenz gauge.
و در نهایت با قرار دادن تبدیل مختص شده در تابع آنتی سیمین استفاده از بی نهایت لورنتس

$$(4) \quad G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} \square \bar{h}_{\mu\nu}$$

استفاده از trace-reversed $\bar{h}_{\mu\nu}$ در نتیجه معادله اینشتین درین بیان ساده‌تر خواهد بود با

$$(5) \quad \square \bar{h}_{\mu\nu} = -16\pi G T_{\mu\nu}$$

جواب این معادله با استفاده از تابع گرین به دست می‌آید. (همانند آنچه درینجا دیدیم)

تابع گرین $G(x^\sigma - y^\sigma)$ برای اپراتور دالامبرین d'Alembertian، جواب معادله موج است.
با ضرایب - دلتا

$$(6) \quad \square_x G(x^\sigma - y^\sigma) = \delta^{(4)}(x^\sigma - y^\sigma)$$

↓
دالامبرین نسبت به مختصات x
در نتیجه جواب کلی برای معادله (5) به صورت زیر خواهد بود.

$$(7) \quad \bar{h}_{\mu\nu}(x^\sigma) = -16\pi G \int G(x^\sigma - y^\sigma) T_{\mu\nu}(y^\sigma) d^4y$$

با توجه به اینست که فاکتور $\sqrt{-g}$ به دلیل اینست که زمینه گرین است، در عبارت فوق برابر 1 گرفته شد.

جواب معادله (6) به صورت "retarded"، "advanced" یا ترکیبی

این که موج پیش رو یا پس رو است می‌تواند باشد.

(8)
$$G(x^\sigma - y^\sigma) = - \frac{1}{4\pi |\vec{x} - \vec{y}|} \delta \left[|\vec{x} - \vec{y}| - (x^0 - y^0) \right] \Theta(x^0 - y^0)$$

↑ ↓
براهین فضای ۳

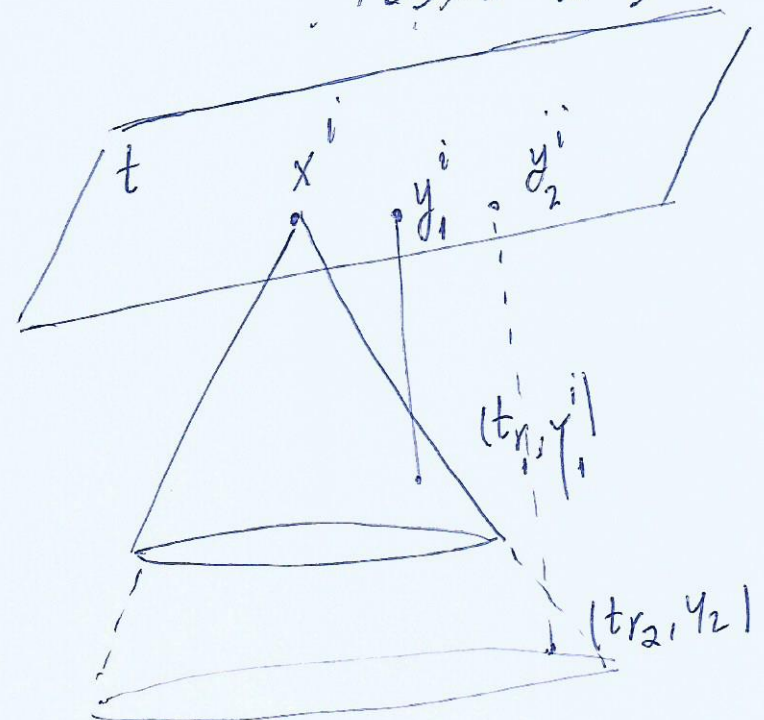
(9)
$$\left. \begin{aligned} \vec{x} &= (x^1, x^2, x^3) \\ \vec{y} &= (y^1, y^2, y^3) \end{aligned} \right\} \text{بخصوص } |\vec{x} - \vec{y}| = \left[\delta_{ij} (x^i - y^i)(x^j - y^j) \right]^{1/2}$$

تابع $\Theta(x^0 - y^0)$ با رابطه $x^0 > y^0$ در صورت $x^0 > y^0$ در $t=0$ است
با جایگذاری تابع Θ در $t=0$ و $x^0 > y^0$ در $t=0$ خواهیم داشت

(10)
$$\bar{h}_{\mu\nu}(t, \vec{x}) = 4G \int \frac{1}{|\vec{x} - \vec{y}|} \Pi_{\mu\nu}(t - |\vec{x} - \vec{y}|, \vec{y}) d^3y$$

$t_r = t - |\vec{x} - \vec{y}|$ زمان تأخیری

امواج گرانشی در نقطه t, \vec{x} در مقادیر t_r به \vec{y} در گذشته مربوط است



(تسطی)
۱. نویسنده از اشتباه (10)

تبدیل فوریه $h_{\mu\nu}$ به $\bar{h}_{\mu\nu}$ را خواهد بود.

(11)
$$\bar{h}_{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt e^{i\omega t} \bar{h}_{\mu\nu}(t, x)$$

تعریف تبدیل فوریه!

$$= \frac{4G}{\sqrt{2\pi}} \int dt d^3y e^{i\omega t} \frac{T_{\mu\nu}(t - |x-y|, y)}{|x-y|}$$

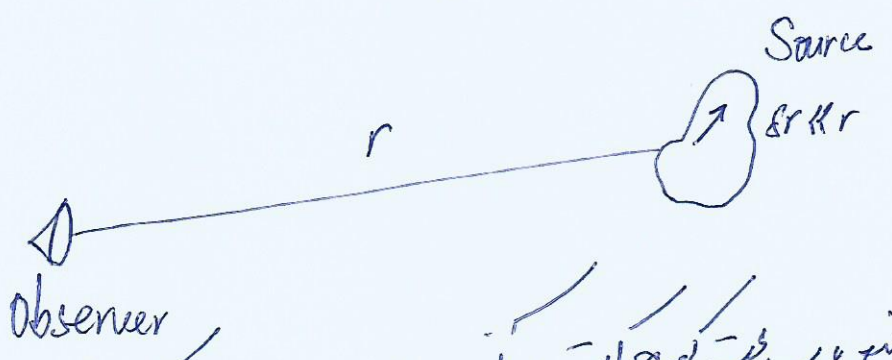
حل GW!

$$= \frac{4G}{\sqrt{2\pi}} \int dt_r d^3y e^{i\omega t_r} e^{i\omega|x-y|} \frac{T_{\mu\nu}(t_r, y)}{|x-y|} \quad (t \rightarrow t_r)$$

$$= 4G \int d^3y \frac{e^{i\omega|x-y|} \bar{T}_{\mu\nu}(\omega, y^+)}{|x^+ - y^+|}$$

تعریف تبدیل فوریه!

فرض که منبع در فاصله دور قرار دارد و به سرعت کم در حال حرکت است. این بدین معنا است که منبع در فاصله r قرار دارد، سرعت‌های متناهی منبع در $r + \delta r \approx r$ و $\delta r \ll r$



لذا آن جایی که منبع به سرعت کم حرکت کند، بدین معنا است که بیشتر تابش در فواصل $\omega \ll \omega^{-1}$ است.

از این دو این تویب را می توانیم استفاده کنیم که

(12)
$$e^{i\omega|x-y|} / |x-y| \rightsquigarrow \frac{e^{i\omega r}}{r}$$

(13)
$$\tilde{h}_{\mu\nu}(\omega, \vec{x}) = 4G \frac{e}{r} \int d^3y \tilde{T}_{\mu\nu}(\omega, y)$$
 (نویسید)

از این دو شرط گالوستی $\partial_\mu \tilde{h}^{\mu\nu}(\omega, \vec{x}) = 0$ در فضای فوریته با استفاده می توانیم

(14)
$$\tilde{h}^{0\nu} = -\frac{i}{\omega} \partial_i \tilde{h}^{i\nu}$$

از این دو شرط می توانیم که $\tilde{h}^{0\nu}$ را به صورت $\tilde{h}^{i\nu}$ بیان کنیم. برای $\tilde{h}^{0\nu}$ می توانیم از این دو شرط استفاده کنیم.

(15)
$$\int d^3y \tilde{T}^{ij}(\omega, y) = \int \partial_k (y^i \tilde{T}^{kj}) d^3y$$

surface integr

$$= \int y^i (\partial_k \tilde{T}^{kj}) d^3y$$

از این دو شرط می توانیم که $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ در فضای فوریته با استفاده می توانیم.

b/

$$(16) \quad \partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad \leftrightarrow \quad -\partial_K \tilde{T}^{K\mu} = i\omega \tilde{T}^{0\mu}$$

در اینجا $\tilde{T}^{0\mu}$ را می بینیم (15)

$$(17) \quad \int d^3y \tilde{T}^{ij}(t, y) = i\omega \int y^i \tilde{T}^{0j} d^3y$$

$$= \frac{i\omega}{2} \int (y^i \tilde{T}^{0j} + y^j \tilde{T}^{0i}) d^3y$$

$$= \frac{i\omega}{2} \int \partial_e (y^i y^j \tilde{T}^{0e}) - y^i y^j (\partial_e \tilde{T}^{0e}) d^3y$$

$$= -\frac{\omega^2}{2} \int y^i y^j \tilde{T}^{00} d^3y$$

حالا اگر به (17) نگاه کنیم می بینیم که این یک تانسور رتبه دوم است. بنابراین می توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم (تانسور رتبه دوم):

حالا می توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم (تانسور رتبه دوم):
 quadrupole moment tensor

$$(18) \quad I_{ij} = \int y^i y^j T^{00}(t, y) d^3y$$

7/

صوت تولید می‌کند، اما در فضای فوری نخواهد داشت

$$(19) \quad \tilde{h}_{ij}(\omega, \vec{x}) = -2G \omega^2 \frac{e^{i\omega r}}{r} \tilde{I}_{ij}(\omega)$$

اگر به زمان بپردازیم خواهیم داشت:

$$(20) \quad \bar{h}_{ij}(t_r, \vec{x}) = \frac{2G}{r} \frac{d^2 I_{ij}}{dt^2}(t_r)$$

$$t_r = t - r$$

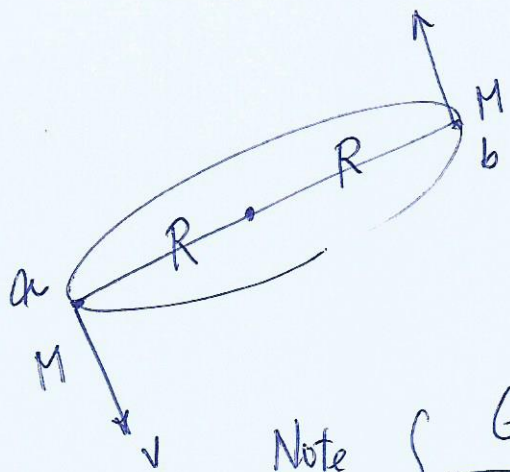
gravitational wave produced by an isolated non-relativistic object is therefore proportional to the second derivative of the quadrupole moment of the energy density at the point where the past light cone of the observer intersects the source.

چرا امواج گرانشی در درجه‌های بالاتر ندارند؟

چون است که تا پیش حد چهارضلعی ضعیف است!

8,

برای یک ستاره در فضا \vec{v} نشان از جابجایی زاویه θ می دهد $\vec{v} = R \dot{\theta} \hat{\theta}$



$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \left(\frac{GM}{4R^3} \right)^{1/2} \quad (21)$$

فرض می کنیم \vec{v}

Note

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{GM^2}{(2R)^2} &= \frac{Mv^2}{R} \\ T &= \frac{2\pi R}{v} \end{aligned} \right. \quad (22)$$

لذا x_a^1 و x_b^1 و x_a^2 و x_b^2 می باشد

$$(23) \quad \left\{ \begin{aligned} x_a^1 &= R \cos \Omega t \\ x_a^2 &= R \sin \Omega t \\ x_b^1 &= -R \cos \Omega t \\ x_b^2 &= -R \sin \Omega t \end{aligned} \right.$$

توجه کنید \vec{v} و \vec{a} می باشد

$$(24) \quad T^{\infty}(t, \vec{x}) = M \delta(x^3) \left[\delta(x^1 - R \cos \Omega t) \delta(x^2 - R \sin \Omega t) + \delta(x^1 + R \cos \Omega t) \delta(x^2 + R \sin \Omega t) \right]$$

با استفاده از تابع دلتا می توانیم اشیاء نوری را در یک خط مستقیم \vec{v} و \vec{a} نشان دهیم

انجام شد

9,

(25)

$$I_{11} = 2MR^2 \cos^2 \Omega t = MR^2 (1 + \cos 2\Omega t)$$

$$I_{22} = 2MR^2 \sin^2 \Omega t = MR^2 (1 - \cos 2\Omega t)$$

$$I_{12} = I_{21} = 2MR^2 (\cos \Omega t)(\sin \Omega t) = MR^2 \sin 2\Omega t$$

$$I_{13} = 0$$

حالت استقامت کرات $\bar{h}_{ij}(t, x) = \frac{2G}{r} \frac{d^2 I_{ij}}{dt^2}$ نشان برده اند زیرا استقامت است.

$$(26) \quad \bar{h}_{ij}(t, x) = \frac{8GM}{r} \Omega^2 R^2 \begin{pmatrix} -\cos 2\Omega t & -\sin 2\Omega t & 0 \\ -\sin 2\Omega t & \cos 2\Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

بعد از این استفاده از این فرمول بدست می آید!

سوال $\frac{8GM}{r} \Omega^2 R^2$ ، آفریدند ؟

کرات در حال چرخش دور (محور چرخش دور) به این شکل اوج گرفته است
 که این با داخل صفحه اوج گرفته به گوش فرا دهیم

- 1) arXiv: hep-ph / 9807278
D.H. Lyth, A. Riotto, inflation - Cosmology pert.
- 2) QN modes gr-qc / 9909058
- 3) Test of GR with GW150914, 1602.03841
- 4) Kip Thorne, Rev. Mod. Phys. 52 (1980) 299-339
Multipole Expansion of Gravitational Radiation
- 5) Inflation D. Baumann 0907.5424
- 6) GW & polarization of CMB astroph/9609169
Seylak & Zaldamiraga
- 7) arXiv: 0912.5297 primordial BHs
Carr et al

9 ..

