

تمرین نسبت عام I - بازنگاری در نگاه دس ۹۴/۱۲/۲۶

۱- با توجه به رابطه تبدیل ناسور ها که در مورد $F_{\mu\nu}$ (التر مغناطیس) قابل اجرا است. نشان دهید که ۳- بردار میدان الکتریکی \vec{E} ، \vec{B} تحت

الف) دوران حول محور y - (خیز در راستای z) : چگونه تبدیل می شوند.

۲- چه ارتباطی بین برکت لی "Lie bracket" و مشتق هم بردار وجود دارد.

۳- برای لیوان منطبق شونده با متریک زیر

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [dx^2 + dy^2 + dz^2]$$

ناسور ریمان را $R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta}$ می شناسید.

۴- متریک کره ۳ بعدی three-sphere به صورت زیر است

$$ds^2 = d\psi^2 + \sin^2 \psi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

الف) اندازه های کرسٹوف را با استفاده از ارتباط آن با متریک به دست آورید.

ب) نهاد کرسٹوف را با استفاده از حاصلات ادریر-لاگرانژ و آنتروم کردن ds به دست آورید.

ج) ناسور ریمان، ریچی و اسکالر ریچی را می شناسید.

د- اگر انرژی ذره آزاد را به صورت زیر در نظر بگیرید $L = \sqrt{g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu}$ الف) معادله حرکت ذره را به دست آورید.

ب) اگر جای عبارت فوق از $L = g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu$ استفاده کنید معادله چگونه اند.

7 - فضا- زمان ریندلر با قرص زیرتوف می شود.

$$ds^2 = -x^2 dt^2 + dx^2$$

که در کسره مختصات $0 < x < \infty$ و $-\infty < t < \infty$ توف گسترده است.
لذا تبدیل مختصات زیر را اعمال کنید

$$u = t - \ln(x)$$

$$v = t + \ln(x)$$

تربک نتیجه را حاصل کنید. آیا می توان توف گسترده مختصات جدید را تعمیم داد؟

$$\left\{ \begin{array}{l} u = -e^{-u} \\ v = e^v \end{array} \right.$$

حالا با تبدیل جدید

درورد گسترده اختلا مختصات کج می آید

حالا حال تربک جدید با تبدیل

$$T = \frac{1}{2} (v + u)$$

$$X = \frac{1}{2} (u - v)$$

به صورت منلو فسنلی در می آید. درورد گسترده این مختصات هم کج می آید

(د) در مختصه جدید، خم های $t = \text{constant}$ و $x = \text{constant}$ را رسم کنید

درورد و رگی های آن ها کج می آید. چه ارتباطی میان فضای اولیه و این فضای منلو فسنلی وجود دارد؟