الکترومغناطیس ۲

نیم‌سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۳

مدرس: دکتر شانت باغرام

دانشکده فیزیک

تمرین سری چهارم

نام و نام‌خانوادگی: شماره دانشجویی:

پرسش ۱

فضای $y < 0$ را خلا فرض کنید. فضای $y > 0$ با ماده ای پر شده است که در آن $\mu = \mu_0$ و $D_{ij} = \epsilon_{ij} E_j$. α, β و γ را اعداد حقیقی بگیرید و ماتریس گذردهی را به صورت زیر بگیرید :

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \alpha & i\beta & 0 \\ -i\beta & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

میدان الکتریکی را در کل فضا بدست آورید اگر یک موج فرودی از خلا به صورت $\mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{x}} exp[(i\omega(y/c - t)]$ داشته باشیم.

پرسش ۲

فرض کنید $f(\xi)$ یک تابع اسکالر دلخواه از متغییر اسکالر ξ باشد.می دانیم $f(z - ct)$ یک موج رونده است که در معادله موج زیر صدق می کند:

$$[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}] f(z - ct) = 0$$

همچنین می دانیم جواب های این معادله می توانند جایگزیده باشند، به این معنا که $f(\xi)$ خارج از یک بازه ی محدود از ξ برابر صفر باشد. اکنون $\psi(x, y, z - ct)$ را یک جواب معادله موج سه بعدی در نظر بگیرید. با استفاده از اطلاعات داده شده و دانش قبلی خود در الکترواستاتیک، نشان دهید ψ نمی تواند همزمان در هر سه بعد x, y, z جایگزیده باشد.

پرسش ۳

ویژگی های اپتیکی دسته ی خاصی از مواد موسوم به عایق های توپولوژیک با روابطی مشخص می شوند که شامل ثابت ساختار ریز است. داریم:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \qquad \alpha_0 = \alpha\sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E} - \alpha_0\mathbf{B} \qquad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} + \alpha_0\mathbf{E}$$

آ) با معادلات ماکسول در ماده بدون بار و جریان آزاد شروع کنید. نشان دهید یک موج تخت تکفام $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ یک پاسخ برای این معادلات در داخل یک عایق توپولوژیک است و سرعت موج را پیدا کنید.

ب) یک موج تخت با قطبش خطی با زاویه عمود به سطح صاف یک عایق توپولوژیک برخورد می کند. نشان دهید موج عبوری همچنان قطبش خطی دارد ولی میدان الکتریکی اش با یک زاویه ی θ_F چرخیده است. این زاویه چرخش فارادی صفحه قطبش نامیده می شود.

پ) نشان دهید که میدان الکتریکی موج بازتابی نیز همجنان قطبش خطی دارد اما جهتش با یک زاویه ی θ_K چرخیده است. این زاویه چرخش کِر صفحه ی قطبش نامیده می شود.

پرسش ۴

فرض کنید

$$\mathbf{E}(r,\theta,\Phi,t) = A\frac{sin\theta}{r}[cos(kr-\omega t) - \frac{1}{kr}sin(kr-\omega t)]\hat{\mathbf{\Phi}}$$

که در آن $\omega = ck$ است. (این شکل از میدان، ساده ترین موج کروی است. برای سادگی در محاسبات خود بگیرید : $(u \equiv (kr-\omega t)$

آ) نشان دهید که این میدان در همه ی معادلات ماکسول در خلا صدق می کند و میدان مغناطیسی متناظر با آن را پیدا کنید.

ب) بردار پوینتینگ را حساب کنید و از آن در یک تناوب کامل متوسط بگیرید تا بردار شدت I را بدست آورید. آیا جهت این بردار همانگونه است که انتظار دارید؟ آیا شدت همانطور که انتظار داریم به شکل عکس مجذوری با فاصله افت می کند؟

پ) انتگرال $\mathbf{I} \cdot d\mathbf{a}$ را روی یک سطح کروی حساب کنید تا کل توان تابشی بدست آید.

پرسش ۵

نوری با فرکانس زاویه ای ω از محیط 1، تیغه ای از محیط 2 به ضخامت d و از محیط 3 عبور می کند.(برای مثال از آب به شیشه و به هوا)
نشان دهید که ضریب عبور برای برخورد عمود از رابطه ی زیر داده می شود:

$$T^{-1} = \frac{1}{4n_1n_3}\left[(n_1+n_3)^2 + \frac{(n_1^2-n_2^2)(n_3^2-n_2^2)}{n_2^2}sin^2\left(\frac{n_2\omega d}{c}\right)\right]$$