الکترومغناطیس ۲

نیم‌سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۳

مدرس: دکتر شانت باغرام

دانشکده فیزیک

تمرین سری دوم

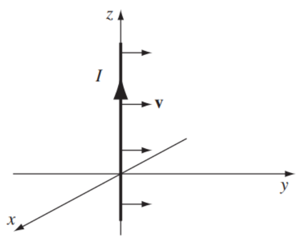
نام و نام‌خانوادگی: | شماره دانشجویی:

پرسش ۱

فرض کنید یک تک بار مغناطیسی q_m از درون یک حلقه بدون مقاومت با ضریب خودالقایی L عبور می کند. نشان دهید جریانی در این حلقه بوجود خواهد آمد و مقدار این جریان را بدست آورید.

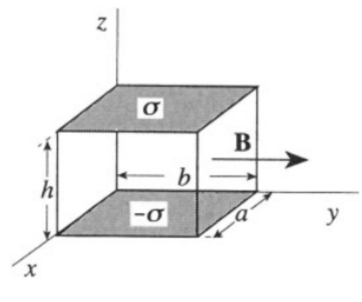
پرسش ۲

یک سیم بینهایت در راستای محور z حامل جریان ثابت I با سرعت ثابت v در جهت محور y در حال حرکت است. میدان الکتریکی را در لحظه ای که این سیم منطبق بر محور z می شود را در کل فضا بدست آورید. (در تقریب میدان های شبه ایستا)



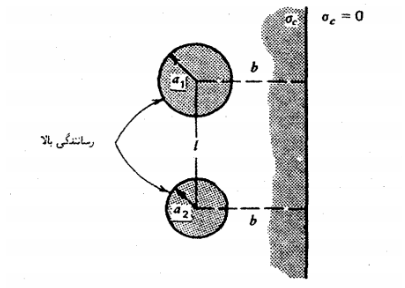
پرسش ۳

مطابق شکل زیر، دو وجه از معکب مستطیلی دارای بار سطحی یکنواخت هستند. (وجه بالایی بار سطحی $+\sigma$ و وجه پایینی بار سطحی $-\sigma$ دارند. همچنین فرض کنید ارتفاع مکعب مستطیل از طول و عرض آن بسیار کوچک تر است : $h \ll a, b$)
در ابتدا یک میدان مغناطیسی ثابت $B_0\hat{\mathbf{y}}$ در کل فضا وجود دارد. ناگهان این میدان مغناطیسی خاموش می شود. ضربه ای که به مکعب مستطیل وارد می شود را بدست آورید.



پرسش ۴

مطابق شکل زیر، دو کره ی کاملا رسانا در محیطی نیمه بینهایت با رسانندگی σ_c قرار دارند. (سمت راست این محیط نیمه بینهایت هوا است که از رسانندگی آن صرف نظر می کنیم. $\sigma_{air} = 0$). شعاع کره ها را a_1 و a_2 بگیرید و فاصله ی مرکز های آن ها را l. همچنین فرض کنید $a_1, a_2 \ll l$. مقاومت بین این دو کره را تا اولین مرتبه بدست آورید.
(راهنمایی : از روش بار تصویر برای بدست آوردن پتانسیل استفاده کنید. حواستان به شرایط مرزی مناسب باشد!)



پرسش ۵

یک قرص رسانا به شعاع a، ضخامت δ و رسانندگی σ در یک میدان مغناطیسی با تقارن استوانه ای زیر:

$$\mathbf{B}(s,\theta,z,t)=\begin{cases} B_0(t)\hat{\mathbf{z}}: & 0\le s\le R \\ \mathbf{0} \quad : & R\le s \end{cases}$$

قرار دارد بگونه که محور این قرص منطبق بر محور z و مرکز آن در مبدا است. (همچنین $R\le a$)

آ) پتانسیل برداری $\mathbf{A}$ مربوط به میدان $\mathbf{B}$ را در تمام فضا بدست آورید.

ب) میدان الکتریکی القایی را در همه جا بدست آورید.

پ) نشان دهید که توان اتلافی کل در قرص عبارت است از:

$$P=\frac{\pi\delta\sigma}{8}R^4(\frac{dB_0}{dt})^2\big(1+4ln(\frac{a}{R})\big)$$

پرسش ۶

نشان دهید ضرایب مقاومت R و ظرفیت خازنی C برای دو رسانای دلخواه در محیطی با رسانندگی σ و گذردهی ϵ در رابطه ی زیر صدق می کند:

$$RC=\frac{\epsilon}{\sigma}$$

پرسش ۷

قضیه آلفن را ثابت کنید: در یک شاره ی کاملا رسانا (مثلا گازی از الکترون های آزاد) شار مغناطیسی گذرنده از هر حلقه ی بسته که با شاره حرکت می کند نسبت به زمان ثابت است. (خطوط میدان مغناطیسی مثل آن است که در شاره منجمد اند.)

آ) با استفاده از قانون اهم و قانون فاراده اثبات کنید که هرگاه $\sigma=\infty$ باشد آنگاه $\mathbf{J}$ متناهی است، بنابراین:

$$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=\nabla\times(\mathbf{v}\times\mathbf{b})$$

ب) فرض کنید S سطحی باشد که توسط حلقه (P) در زمان t کراندار باشد، و S' وضعیت متناظر حلقه در حالت جدیدش P' در زمان $t+dt$ باشد. (شکل زیر) تغییر شار برابر است با:

$$d\Phi=\int_{S'}\mathbf{B}(t+dt)\cdot d\mathbf{a}-\int_{S'}\mathbf{B}(t)\cdot d\mathbf{a}$$

نشان دهید که

$$\int_{S'}\mathbf{B}(t+dt)\cdot d\mathbf{a}+\int_{R}\mathbf{B}(t+dt)\cdot d\mathbf{a}=\int_{S}\mathbf{B}(t+dt)\cdot d\mathbf{a}$$

(که در آن R نواری است که P را به P' وصل می کند)، و از این رو در زمان های بینهات کوچک dt

$$d\Phi = dt\int_{S'} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{a} - \int_R \mathbf{B}(t+dt)\cdot d\mathbf{a}$$

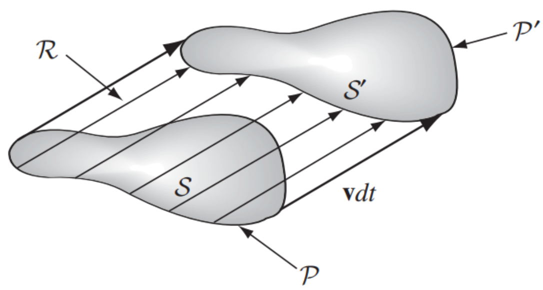
استدلال کنید که می توان انتگرال دوم را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$dt\oint_P (\mathbf{B}\times d\mathbf{v})\cdot d\mathbf{l}$$

و با بهره گیری از قضیه استوکس نتیجه بگیرید که

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_S (\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla\times(\mathbf{v}\times\mathbf{b}))$$

عبارت بالا به همراه نتیجه آ) قضیه آلفن را ثابت می کند.



پرسش ۸

یک کره ی رسانا در زمان t دارای بار $q(t)$ بر سطح آن است و همانطور که در شکل زیر مشاهده می شود، این کره در یک ماده ی اهمی همگن یکنواخت با رسانندگی σ قرار دارد. از تقارن مسئله می فهمیم که $\mathbf{J}$ فقط تابعی از r (فاصله از مرکز کره) می باشد. با اعمال قانون آمپر بر منحنی C بدست می آوریم :

$$\oint \mathbf{B}\cdot dr \neq 0 \qquad (۱)$$

زیرا یک جریان خالص از حلقه ی C عبور می کند. اما از تقارن مسئله و همچنین معادله ی گاوس برای میدان مغناطیسی، می توان نشان داد در همه جای فضا $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)=0$ است. این نتیجه با رابطه ی (۱) در تضاد است.
اشکال استدلال بالا را بیان کنید و با محاسبات مناسب نشان دهید تناقضی وجود ندارد.