



الکترومغناطیس ۲

بهار ۱۴۰۲

تمرین سری ۳

دکتر باغرام

سوال ۱:

یک کره به شعاع R حامل قطبش همگن P و مغناطش همگن M که لزوما در یک جهت نیستند، داریم. تکانه الکترومغناطیسی این پیکربندی را محاسبه کنید.

سوال ۲:

در مورد تانسور انرژی تکانه و شباهت یا احیانا ارتباط آن با تانسور تنش ماکسول چند خط بنویسید.

سوال ۳:

الکترون را هم چون پوسته‌ی کروی باردار یگنواختی تصور کنید که با بار e و شعاع R و با سرعت زاویه‌ای ω به دور خود دوران می‌کند.

(الف) کل انرژی نهفته در میدان‌های الکترومغناطیسی را محاسبه کنید.

(ب) کل تکانه زاویه‌ای نهفته در میدان‌ها را محاسبه کنید.

(ج) مطابق با فرمول انیشتین ($E = mc^2$) انرژی در میدان‌ها باید در جرم الکترون سهیم باشد. لورنتس و دیگران چنان پنداشتند که جرم کل الکترون را می‌توان چنین توضیح داد: $U_{em} = m_e c^2$. علاوه بر این فرض کنید که تکانه زاویه‌ای اسپین الکترون را می‌توان کاملا به میدان‌های الکترومغناطیسی انتساب کرد: $L_{em} = \frac{\hbar}{2}$. با توجه به این فرضیات شعاع و سرعت زاویه‌ای الکترون و حاصب ضرب آن‌ها ωR را محاسبه کنید. آیا شهود فیزیکی برای این مدل کلاسیکی دارید؟



سوال ۴:

فرض کنید که $J(r)$ بر حسب زمان ثابت است، اما $\rho(r, t)$ ثابت نیست.

الف) نشان دهید که چگالی بار در هر نقطه تابعی خطی از زمان است: (برای اثبات می‌توانید از معادله پیوستگی استفاده کنید)

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, 0) + \dot{\rho}(\mathbf{r}, 0)t,$$

ب) نشان دهید که رابطه زیر از قانون آمپر با جمله‌ی جریان جابه‌جایی ماکسول پیروی می‌کند.

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} d\tau'$$

سوال 5:

کره‌ای با ضریب گذردهی الکتریکی و مغناطیسی ϵ و μ در نظر بگیرید. این کره را در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت عمود بر هم ثابت می‌کنیم.

الف) میدان‌های نهایی را بیابید.

ب) با استفاده از پیوستگی انرژی و محاسبه شار انرژی در فواصل دور نشان دهید به طور خالص انرژی از این کره متصاعد نمی‌شود. (کره تابش نمی‌کند)

ج) به طور مستقیم شار انرژی خروجی از یک سطح کروی هم‌مرکز با کره اصلی را حساب کنید و نتیجه بخش قبلی را تایید کنید. به خصوص نشان دهید این نتیجه بر روی خود کره اصلی هم برقرار است.

د) با کمک تانسور تنش نیرویی که از طرف میدان بر این کره وارد می‌شود را پیدا کنید.