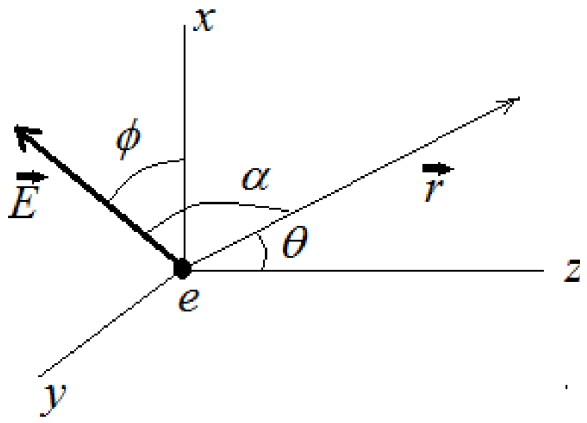
تمرین سری ششم الکترومغناطیس ۲ ـ بهار ۱۴۰۱

دکتر شانت باغرام

سوال ۱

)یک موج الکترومغناطیسی تخت با قطبیدگی خطی $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}$ با شدت I_0 به یک الکترون آزاد می خورد. الکترون شتاب گرفته و تابش می کند.

فرض کنید میدان الکتریکی موج فرودی در صفحه ی $x - y$ است و جهت آن با محور x زاویه ی ϕ است. می خواهیم شدت موج تابش شده از الکترون، I ، در نقطه ی $\vec{r}$ را برحسب شدت موج فرودی، I_0 به دست آوریم. $\vec{r}$ در صفحه ی xz است و با محور z زاویه ی θ می سازد.



شکل ۱: شکل سوال یک

الف) زاویه α بین $\vec{E}$ و $\vec{r}$ است. نشان دهید $\cos\alpha = \sin\theta\cos\phi$

ب) نشان دهید $I = I_0 \frac{r_e^2}{r^2}(1 - \sin^2\theta\cos^2\phi)$ که در آن $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$

ج) نمودار شدت I بر حسب θ را در بازه $\theta = 0$ تا $\theta = \pi$ رسم کنید.

سوال ۲

الگویی برای تایش چهارقطبی الکتریکی به صورت دوتا دوقطبی الکتریکی نوسان کننده متقابل (با جهت های مخالف) که به فاصله d از یکدیگر مطابق شکل ۲ واقع اند در نظر بگیرید. از نتایج ۱۱ـ۱ـ۲ برای پتانسیل دوقطبی استفاده کنید. اما توجه کنید که این دوقطبی ها در مبدا قرار ندارند. با در نظر گرفتن فقط جملات مرتبه اول بر حسب d :

الف) پتانسیل های نرده ای و برداری را بیابید.

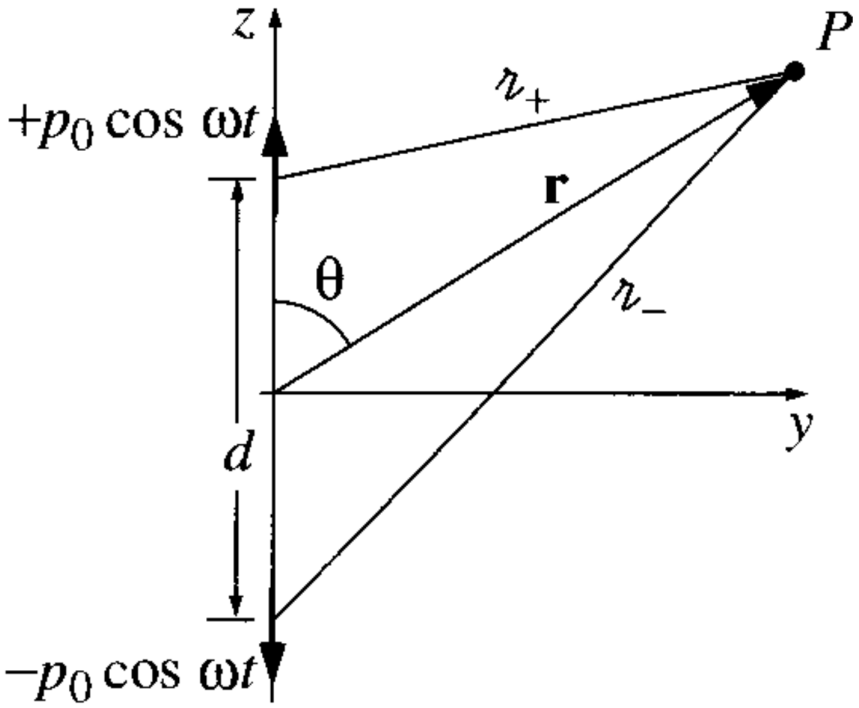
ب) میدان های الکتریکی و مغناطیسی را پیدا کنید.

ج) بردار پوینتینگ و توان تابشی را حساب کنید. نمودار شدت را بر حسب θ رسم کنید.

سوال سوم

الف) با استفاده از معادله ۱۰ـ۶۸ کتاب میدان الکتریکی را در فاصله d از سیم مستقیم نامتناهی با چگالی بار خطی λ که با سرعت ثابت v در طول سیم حرکت میکند حساب کنید.

ب) با استفاده از معادله ۱۰ـ۶۹ کتاب میدان مغناطیسی این سیم را حساب کنید.



شکل ۲: شکل سوال دو

سوال چهارم

یک موج TE در یک موجبر مستطیلی با ابعاد $a = 2.5cm$ و $b = 1cm$ در فرکانس های پایین تر از $f = 15.1GHz$ کار می کند.

الف) مُدهای مختلف TE_{mn} که در این موج بَر منتشر می شود را به دست آورید.

ب) سرعت فاز و سرعت گروه مُدهایی که در این موجبر منتشر می شوند را در فرکانس $f = 15.1GHz$ به دست آورید.

سوال پنجم (امتیازی)

یک سیم مستقیم و بی نهایت در راستای z دارای سطح مقطع دایروی a $j(\omega) = \sigma_0 E(\omega)\ for\ all\ \rho \leq a$. پس از گذار اولیه در تمام مکان های داخلی سیم داریم : $I(t) = I_0 \cos \omega t$, $\rho(\mathbf{r}, t) \equiv 0$.

الف) معادله هلمهولتز را حل کرده و چواب دقیق میدان الکتریکی $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ را در داخل سیم بدست آورید. دامنه ی میدان الکتریکی را بر حسب I_0 بدست آورید.

ب) معادله هلمهولتز را حل کرده و چواب دقیق میدان الکتریکی و مغناطیسی را در خارج از سیم بدست آورید.

ج) نشان دهید مولفه های نرمال میانگین زمانی بردار پوینتینگ $\langle S \rangle$ بر روی تمام سطح استوانه ای سیم همواره در راستای محور z است.

د) از بردار پوینتینگ استفاده کنید و نرخ اتلاف انرژی از طریق تبدیل به گرمای اهمیک ، بر واحد طول سیم را بدست آورید.

ه) از بردار پوینتینگ استفاده کنید و نرخ اتلاف انرژی از طریق تبدیل آن به تابش بر واحد طول سیم را بدست آورید.

چگونه این نتایج با پایستگی انرژی همخوانی دارد؟ توضیح دهید . در صورت لزوم معادلات مرتبط را نیز استفاده کنید.