



تمرین سری صفر

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

پرسش ۱

در طول این سؤال فرض کنید \vec{A} و \vec{B} میدان‌های برداری و ϕ یک تابع اسکالر (هر سه روی \mathbb{R}^3) است. اتحادهای زیر را به کمک نماد لوی چویتا ثابت کنید. می‌توانید از این روابط استفاده کنید:

$$(\vec{A} \times \vec{B})_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k$$

$$\epsilon_{ijk} \epsilon_{klm} = \delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}$$

(ا)

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{A}) = \phi \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \phi$$

(ب)

$$\vec{\nabla} \times (\phi \vec{A}) = \phi (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{A} \times \vec{\nabla} \phi$$

(پ)

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$$

اگر برایتان $\vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})$ جدید است، می‌توانید به این لینک مراجعه کنید. به عنوان راهنمایی، به جای اینکه از سمت چپ به راست برسید، سعی کنید از سمت راست به سمت چپ برسید.

پرسش ۲

برای بردارهای \vec{A} ، \vec{B} و \vec{C} نشان دهید:

(ا)

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

(ب)

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$$

به عنوان راهنمایی، می‌توانید از اتحاد bac-cab استفاده کنید.

(پ)

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$$