کار و انرژی در الکترواستاتیک :

1/

توزیع دلخواه از بار ، آن بار Q انرژی نهاد

به فاصله $\vec{r}$ از مبدأ مختصات قرار دهید !

انرژی سیستم چند تایی خواهد کرد ؟!

سؤال : انرژی پتانسیل V چه مقدار است ؟!

Superposition !

$$W \equiv \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -Q\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = Q\left[V(b) - V(a)\right]$$

توف کار — منفی کار — مسیر حرکت — بازآرایی

$$W = Q\,V(\vec{r})$$

$r_a \to \infty$ (انتخاب منحنی)

حال فرض کنید، هدف پیدا کردن انرژی سیستم است (انرژی استاتیکی) با الهام از ایده اصل هم نهی وی میگوید:

2/ $W_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_2 \left(\frac{q_1}{r_{12}}\right)$

سهم کار لازم برای بار 2

بار جدید اضافه شده است!

$W_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_3 \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right)$

$\vdots$

$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{n} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} q_i V_i$

صحیح است

$V_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{n} \frac{q_j}{r_{ij}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

پتانسیل در محل بار q_i ناشی از بارهای دیگر

3/

W محاسبه شده در صفحه قبل برمی

انرژی پتانسیل برای "اسمبل" کردن

یک بندی بارهای $q_1, q_2, \dots, q_n$ است:

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i \xrightarrow{\text{پیوسته کردن}} W = \frac{1}{2}\int \rho V \, d\tau$$

حجم المان ضرب چگالی بار

{Notation: V, φ یکسان

سئوال: انرژی سیستم برحسب میدان چیست؟

Maxwell I

$$\rho = \varepsilon_0 \vec{\nabla}\cdot\vec{E}$$

$$W = \frac{1}{2}\int \varepsilon_0 (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\, V \, d\tau = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int \vec{\nabla}\cdot(\vec{E}V)\, d\tau$$

تبدیل به مشتق کامل

$$-\frac{1}{2}\varepsilon_0 \int \vec{E}\cdot(\vec{\nabla}V)\, d\tau$$

!!

دلیل: گاوس $\int \vec{E}V \cdot da$ روی $r^2 \, d\Omega$

$d\Omega_1/r^2$ $d\Omega_2/r^2$

$$\int \rho V \, d\tau \sim \int \sigma V \, da \sim \int \lambda V \, dl$$

(صحیح است)

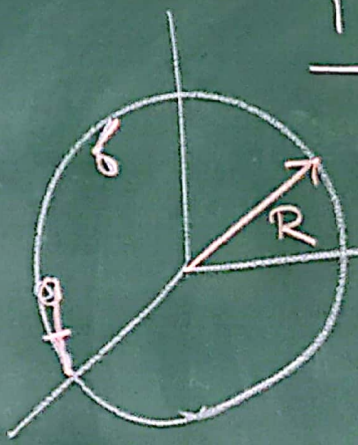
3D 2D 1D

ادامه محاسبات ...

$$4/\quad W = -\frac{1}{2}\varepsilon_0 \int \vec{E}\cdot(\vec{\nabla}V)\,d\tau \;\rightarrow\; \boxed{W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int E^2\,d\tau}$$

$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ در الکترواستاتیک /

سؤال: مثال از پیش حل شده پوسته کروی به شعاع R را در نظر بگیرید که حامل بار σ (حامل بار q بر پوسته) دارد. انرژی الکترواستاتیک این سیستم چقدر است؟



روش ۱ $W = \frac{1}{2}\int \sigma V\,da$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 R}\,\sigma R^2 \sin\theta\,d\theta\,d\varphi$$

حل جلسه قبل !

$$\sigma = \frac{q_{tot}}{4\pi R^2}$$

$$\Rightarrow W = \frac{q_{tot}^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

5/

روش دوم: استفاده از تعریف کار بر اساس میدان الکتریکی

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int_{\text{کل فضا}} E^2 \, d\tau = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int_{\text{کل فضای خارج از پوسته}} \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, dr + \int_{\text{داخل پوسته}} (0)\, d\tau$$

$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{q^2 4\pi}{16\pi^2\varepsilon_0^2} \int_R^{+\infty} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

توجه داشته باشید که انتگرال، محاسبه انرژی سیستم، یا انرژی کل فضا است.

لطفاً کمی تأمل را درباره انرژی یک تک ذره با بار q و محاسبه از دو روش بالا (این مسئله به منظم سازی تانسور انرژی تکانه (موضوع EM II) راهنمایی کند!)

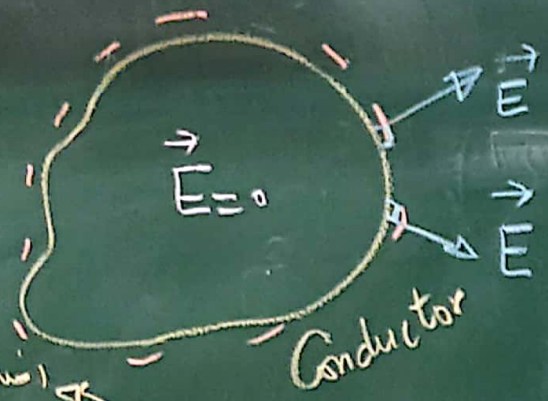
6/ Conductors (رسانا)

1) توزیع بار در فلز

2) میدان الکتریکی داخل $\vec{E}=0$

3) میدان الکتریکی سطح فلز (به صورت تحدب است) } → بر سطح هم پتانسیل

(خازن به معنی دو رسانا در نزدیکی است)



اختلاف پتانسیل

$$dV = \varphi = -\int_{loop} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$E_{//}$

ref

خطا فکری درس دین ترتیب است

که ابتدا میدان $\vec{E}, \vec{B}$ را

در خلاء بررسی کرده و سپس مواد

بر اساس بازخورد آن نسبت به $\vec{B}, \vec{E}$

دسته بندی کنیم!

این ذهنیت ما به سمت مفهوم بار القایی هدایت می کند!