درس نامه کیهان شناسی

مباحث ویژه در تشکیل ساختارهای کیهانی

شانت باغرام

آخرین به روزرسانی: ۱۹ اسفند ۱۳۹۲

۱ اعوجاج فضای فاز

موقعیت اجرام در آسمان با دو مختصه θ و ϕ در صفحه دو بعدی داده می شود و همچنین فاصله جرم آسمانی مانند کهکشان با انتقال به سرخ z اندازه گیری می شود. در نگاشت مختصه (θ,ϕ,z) به فضای حقیقی باید توجه داشته باشیم که به خاطر اثرات سرعت خاصه (اثرات موضعی) انتقال به سرخ کیهانی نگاشت یکسانی با فواصل کیهانی ندارد و اثرات سرعت خاصه وارد می شود. این اثرات تحت عنوان اعوجاج فضای انتقال به سرخ شناخته شده اند.

در مقیاس های کوچکه به طور مثال کهکشان های داخل گروه کهکشانی و در قسمن مرکزی دارای سرعت های کاتوره ای هستند و آن چه مهم می شود سرعت خاصه در راستای دید است که باعث کشیده شده خوشه در راستای دید می شود که به این اثر، اثر انگشت خدا می گویند. حال فرض کنید که کهکشانی در فاصله $\vec{r}$ با سرعت خاصه $\vec{v}$ و جود داشته باشد. درد متیجه سرعت در راستای دید را که با $u(r)$ نشان می دهیم برابر خواهد بود:

$$u(r)\equiv\vec{v}.\frac{\vec{r}}{r} \tag{۱}$$

که $r=|\vec{r}|$. حال اگر سرعت ها را به پارامتر هابل در زمان حال تقسیم کنیم، سرعت ها از جنس Mpc خواهند بود و تغییرات دستگاه مختصات را از فضای حقیقی r به فضای انتقال به سرخ s به صورت زیر تعیین می شود:

$$\vec{s}=\vec{r}\left(۱+\frac{u(r)-u(\circ)}{r}\right), \tag{۲}$$

حال فرض کنید که dV_r و dV_s حجم فضای حقیقی و انتقال به سرخ باشد و اگر $n(r)$ و $n(s)$ به ترتیب چگالی عددی باشند آن گاه خواهیم داشت:

$$n(r)dV_r=n(s)dV_s \tag{۳}$$

حجم فضای انتقال به سرخ برابر است با:

$$dV_s=\left(۱+\frac{\Delta u(r)}{r}\right)^{۲}|J|r^{۲}\sin^{۲}\theta drd\theta d\phi=\left(۱+\frac{\Delta u(r)}{r}\right)^{۲}|J|dV_r \tag{۴}$$

که $|J|$ ژاکوبی تبدیل است که برابر:

$$|J| \equiv |\frac{\partial s}{\partial r}| = ۱ + \frac{du}{dr} \quad (۵)$$

حال تباین چگالی را در فضای انتقال به سرخ δ_s اندازه گیری می کنیم:

$$\delta_s = \frac{n(s)dV_s}{n_\circ dV_s} - ۱ = \frac{n(r)dV_r}{n_\circ dV_s} - ۱ \quad (۶)$$

که $n_\circ$ چگالی عددی زمینه است. حال اگر به جای dV_s در مخرج کسر رابطه ۶ از رابطه ۴ جایگذاری کنیم:

$$\delta_s = \frac{n(r)}{n_\circ(۱ + \frac{\Delta u}{r})^۲(۱ + \frac{du}{dr})} - ۱, \quad (۷)$$

حال تا مرتبه یک اختلال خواهیم داشت:

$$\delta_s \simeq \frac{n(r)}{n_\circ}\left(۱ - ۲\frac{\Delta u(r)}{r} - \frac{du}{dr}\right) - ۱ \quad (۸)$$

حال اگر تباین چگالی را در فضای حقیقی به صورت $\delta_r = n(r)/n_\circ - ۱$ تعریف کنیم خواهیم داشت:

$$\delta_s \simeq \delta_r - ۲\frac{\Delta u(r)}{r} - \frac{du}{dr} \quad (۹)$$

این بدین معنا است که تباین چگالی محاسبه شده در فضای فوریه با چگالی در فضای حقیقی متفاوت است و این بدین معنی است که طیف توان و یا تابع دو نقطه ای استخراجی آن ها متفاوت خواهد بود. برای به دست آوردن این تفاوت باید سرعت خاصه ساختارها را از تشکیل ساختار خطی به دست آوریم. در فضای فوریه معادله پایستگی برابر است با

$$\delta'_k = -ik_i v^i \quad (۱۰)$$

در گستره نیوتنی و با این فرض که فقط اختلالات اسکالر را بررسی می کنیم (بدین معنا که سرعت را به صورت گرادیان میدان اسکالر) هم جهت k می توان نوشت در گستره خطی خواهیم داشت:

$$v^i = i\mathcal{H}f\delta_k\frac{k^i}{k^۲} \quad (۱۱)$$

که f آهنگ رشد ساختاره است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$f = \frac{d\ln\delta_m}{d\ln a} \quad (۱۲)$$

اگر سرعت خاصه را در کیهان محلی در نظر بگیریم $\mathcal{H} = H_\circ$ و $a = a_\circ = ۱$ سرعت خاصه برابر خواهد بود با:

$$\vec{v} = iH_\circ f\delta_k\frac{\vec{k}}{k^۲} \quad (۱۳)$$

حال نکته بسیار مهم این است که کمیتی که در رصد اندازه گیری می کنیم تباین چگالی کهکشان ها δ_g است که با پارامتر سویدگی (بایاس) b که در حالت کلی می تواند تابعی از انتقال به سرخ و مقیاس (و حتی ارامترهای محیطی) باشدبه تباین چگالی ماده تاریک بستگی دارد:

$$\delta_g = b\delta_m \quad (۱۴)$$

حال اگر پارامتر β را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\beta \equiv \frac{f}{b} \tag{۱۵}$$

سرعت خاصه حقیقی به تباین چگالی کهکشان در فضای فوریه و پارامتر اعوجاج β به صورت زیر مرتبط است:

$$\vec{v} = iH_\circ \beta \int \delta_g(k) e^{ikr} \frac{\vec{k}}{k^۲} d^۳k^* \tag{۱۶}$$

که k^* ضریب فوریه $V/(۲\pi)^۳$ را در خود دارد. حال می توان سرعت در راستای دید را در واحد Mpc محاسبه کرد $(H_\circ = ۱)$

$$u(r) = i\beta \int \delta_{g(r)}(k) e^{i\vec{k}.\vec{r}} \frac{\vec{k}.\vec{r}}{k^۲ r} d^۳k^* \tag{۱۷}$$

حال مشتق سرعت در راستای دید برابر خواهد بود با:

$$\frac{du}{dr} = -\beta \int \delta_{g(r)}(k) e^{i\vec{k}.\vec{r}} (\frac{\vec{k}.\vec{r}}{kr})^۲ d^۳k^* \tag{۱۸}$$

حال برای فاصله های زیاد می توان از ترم دوم سرعت خاصه صرف نظر کنیم:

$$\delta_s = \delta_r - \frac{du}{dr} = \delta_r + \beta \int \delta_{g(r)}(k) e^{i\vec{k}.\vec{r}} (\frac{\vec{k}.\vec{r}}{kr})^۲ d^۳k^*, \tag{۱۹}$$

حال با ضرب طرفین در $V^{-۱}e^{-ik'.r}d^۳r$ و انتگرال گیری می توان تباین چگالی ررا در فضای فوریه محاسبه کرد:

$$\delta_{sk} = \delta_{rk} + \beta \frac{۱}{(۲\pi)^۳} \int\int d^۳r d^۳k' \delta_{rk'} e^{i(\vec{k}'-\vec{k}).\vec{r}} (\frac{\vec{k}'.\vec{r}}{k'r})^۲ \tag{۲۰}$$

که این انتگرال را به صورت زیر نوشته می شود:

$$\delta_{sk} = \delta_{rk} + \beta \int \delta_{rk'} I(k,k') d^۳k' \tag{۲۱}$$

که

$$I(k,k') = (۲\pi)^{-۳} \int e^{i(\vec{k}'-\vec{k}).\vec{r}} (\frac{\vec{k}'.\vec{r}}{k'r})^۲ d^۳r \tag{۲۲}$$

که این اثر اعوجاج فضای فاز باعث ترکیب مدها می شود. اگر کسینوس زاویه بین جهت دید کهکشان و مد فوریه را μ تعریف کنیم:

$$\mu \equiv \frac{\vec{k}.\vec{r}}{kr} \tag{۲۳}$$

اگر μ در زاویه فضایی محدودی باشد بدین معنا که مساحی زاویه کوچکی داشته باشد، این کمیت را می توان ثابت در نظر گرفت . به معنا دیگر تابع جفتیدگی مدها $I(k,k')$ برابر خواهد بود:

$$I(k,k') = \mu^۲ \delta_D(\vec{k} - \vec{k}'), \tag{۲۴}$$

در نتیجه

$$\delta_{sk} = \delta_{rk}(1 + \beta\mu^2) \tag{25}$$

حال طیف توان برابر خواهد بود با:

$$P_s(\vec{k}) = P_{\vec{r}}(1 + \beta\mu^2)^2 \tag{26}$$

حال اگر حول زوایا میان گیری کنیم خواهیم داشت:

$$P_s(k) = P_r(k)\left(1 + 2\beta\langle\mu^2\rangle + \beta^2\langle\mu^4\rangle\right) \tag{27}$$

در نتیجه

$$P_s(k) = P_r(k)\left(1 + 2\beta/3 + \beta^2/5\right) \tag{28}$$

مراجع