

① میزان انرژی دریافتی

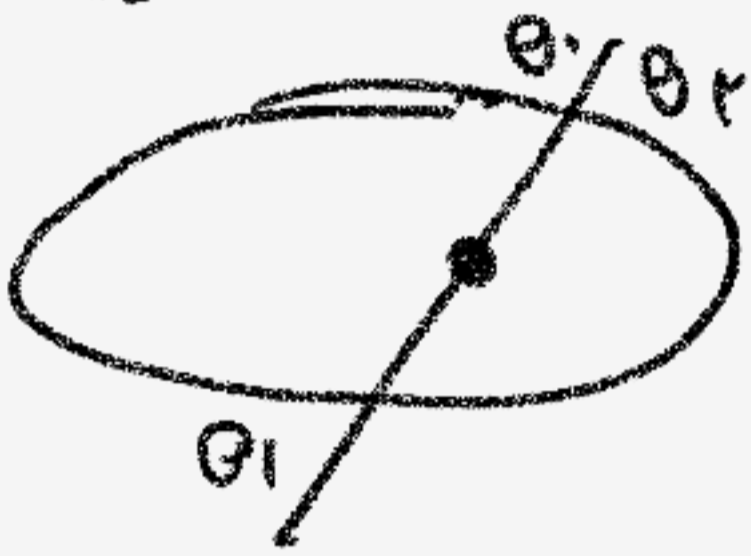
مساحت طی شده

$$E = \int_{t_1}^{t_2} F \times A \times dt \Rightarrow F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

t_1 t_2
شروع و پایان

$h = r^2 \dot{\theta}$ → $dt = \frac{r^2 d\theta}{h}$
واحد حجم

$$E = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{L}{4\pi r^2} \times \frac{r^2 d\theta}{h} \times A \Rightarrow \boxed{\frac{LA}{4\pi h} (\theta_1 - \theta_0) = E}$$



$\theta_1 - \theta_0 = \pi$
 $\theta_2 - \theta_1 = \pi$
انرژی دو سمت مدار
یکسان است.

② از رابطه انرژی مدار $\frac{1}{2} v^2 - \frac{GM}{r} = \epsilon$ بنابراین می‌توانیم سرعت

در همین فاصله از مرکز و در یک نقطه. کمترین فاصله مشخص است و

$$\left. \begin{aligned} r_{min} &= a(1-e) \\ r_{max} &= a(1+e) \end{aligned} \right\} \text{بیشترین فاصله اوج است}$$

$$\boxed{\epsilon = -\frac{GM}{2a}}$$

انرژی مدار بیضی

$$v_{max}^2 = -\frac{GM}{a} + \frac{2GM}{a(1-e)} \Rightarrow \frac{GM}{a} \left(\frac{2}{1-e} - 1 \right) = \frac{GM}{a} \left(\frac{1+e}{1-e} \right)$$

$$v_{min}^2 = -\frac{GM}{a} + \frac{2GM}{a(1+e)} \Rightarrow \frac{GM}{a} \left(\frac{2}{1+e} - 1 \right) = \frac{GM}{a} \left(\frac{1-e}{1+e} \right)$$

$$\left(\frac{v_{max}}{v_{min}} \right)^2 = \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{1+e}{1-e}}$$