تمرین سری آخر

تاریخ تحویل شنبه ۵ تیر / اتاق ۱۳۰

۱- الف) با استفاده از تحلیل ابعادی ، رابطه ای برای فشار مرکز یک ستاره ، بر حسب چگالی مرکز ، جرم ستاره و ثابت جهانی گرانش پیدا کنید .

ب) می دانیم که برای یک گاز فرمیونی تبهگن شده رابطه ی فشار بر حسب چگالی در حالت غیر نسبیتی متناسب با $\rho^{5/3}$ است و برای حالت غیرنسبیتی متناسب با $\rho^{\frac{4}{3}}$ است . حال ابتدا فرض کنید که ستاره از گاز تبهگن غیرنسبیتی تشکیل شده است ، با برابر گذاشتن فشار ها ، رابطه ای بین حجم و جرم ستاره بدست آورید (آیا می توانید بگویید این حالت مربوط به کدام فاز از تحول ستاره است ؟)

ج) حال فرض کنید ستاره از گاز تبهگن نسبیتی تشکیل شده است ، مجددا با برابر گذاشتن فشار ها رابطه ای برای جرم ستاره بدست آورید (این جرم را ، جرم چاندراسکار می نامیم)

د) حال با استفاده از روابط دقیق (به کتاب مراجعه کنید) برآوردی از جرم چاندراسکار بدست آورید . (آیا می توانید بگویید این حالت مربوط به کدام فاز از تحول ستاره است ؟)

۲- می دانیم در یک گاز ، فوتون به علت برخورد های متوالی با ذرات گاز نمی تواند به طور مستقیم و فوری از گاز خارج شود و اگر در فاصله ی بین هر دو برخورد فاصله d را طی کند ، پس از N برخورد به طور متوسط مقدار $r = N^{0.5}d$ را طی می کند .

الف) اگر چگالی و ضریب جذب گاز را ثابت فرض کنیم نشان دهید که $\tau = \kappa\rho r$

ب) حال نشان دهید متوسط فاصله ای که یک فوتون در بین دو جذب متوالی طی می کند برابر با $1/\kappa\rho$

ج) حال با جاگذاری روابط در یکدیگر بدست آورید که $\tau = N^2$

د) اگر عمق اپتیکی را در سطح یک ستاره صفر بگیریم ، استدلال کنید که چرا نوری که مستقیما به ما می رسد از سطح تا عمق اپتیکی ۱ نشات میگیرد ؟ (در واقع این تعریف را می توان معیار خوبی برای تعریف جو در نظر گرفت ، ولی در بررسی های بیشتر مقدار ۱ به مقدار دقیق تر ۲/۳ تغییر می کند که علت این اتفاق می تواند موضوع خوبی برای پروژه باشد ، Stellar atmosphere را جستجو کنید)

۳- در این سوال قصد داریم کمی با مکانیزم های تشکیل ستاره آشنا شویم

سحابی را در نظر بگیرید که جرم آن برابر با M است و در حالت اولیه اش می توان آنرا با کره ای به شعاع R تقریب زد.

بنابر یک اتفاق محیطی این ابر ناگهان تعادل خود را از دست می دهد و شروع به رمبش می کند (رمبش به آرامی رخ می دهد به صورتی که در هر لحظه تعادل لحظه ای برقرار است)
این رمبش تا جایی ادامه پیدا می کند که ستاره بقدری داغ می شود که فشار کافی برای مقابله با این رمبش را بدست می آورد و یک پیش ستاره با شعاع R^* را شکل می دهد .
الف) اگر شعاع پیش ستاره بسیار کمتر از شعاع اولیه باشد ، مقدار انرژی که در کل فرآیند رمبش ، به بیرون تابش شده را بوسیله قضیه ویریال بدست آورید . (از انرژی جنبشی مکانیکی ذرات صرفنظر کنید)
ب) حال مقدار R^* و Mرا برابر با مقادیر موجود برای خورشید در نظر بگیرید . در این صورت اگر ابر در فرآیند رمبش ، با توان تابشی "اکنون" خورشید انرژی بخش الف را تابش کرده باشد ، مدت زمان رمبش چقدر است ؟
ج) اگر فرض کنیم در زمان رمبش ، ذرات ابر با یکدیگر برهمکنش اتلافی یا غیر خطی نداشته باشند ، مدت زمان رمبش آزاد ابر را بر حسب چگالی متوسط اولیه ابر و ثابت جهانی گرانش بدست آورید .
د) حال اگر سحابی انرژی بخش الف را در مدت زمان بخش ج تابش کرده باشد ، توان تابشی متوسط سحابی در طول رمبش را بدست آورید . (این محاسبات اولین بار توسط لرد کلوین انجام شده است ، که محاسبات و نتایج حاصله از آن تحولی در دیدگاه ما نسبت به فیزیک ستارگان بوجود آورد که این مقوله نیز می تواند موضوع خوبی برای پروژه باشد)

---

۴) اگر ستاره ای کاملا همگن ، در تعادل هیدرواستاتیکی باشد و ناگهان دچار اختلال شده و شعاعش به مقدار ΔR تغییر کند . نشان دهید شعاع ستاره مانند نوسانگر هماهنگ حول مقدار R (مقدار شعاع در زمان تعادل) نوسان می کند و دوره تناوب این نوسان را بدست آورید (چون این دوره تناوب زمان نسبتا کوچکی است می توان ستاره را در حین نوسان بی دررو در نظر گرفت)

---

۵) اگر در کهکشانی ، تابعیت چگالی به صورت $\rho = \frac{\rho 0}{1+\left(\frac{r}{a}\right)^2}$ باشد (دقت کنید که این چگالی در ۳ بعد است)
آنگاه سرعت مدار دایروی که در شعاع r به دور مرکز کهکشان در حال چرخش است را بدست آورید و نشان دهید در شعاع های بسیار زیاد این سرعت ، به مقدار ثابتی میل می کند . (این تابع چگالی یکی از نامزد های چگالی ماده تاریک است ، می توانید توابع چگالی دیگر پیشنهادی را به عنوان موضوع یک پروژه بررسی کنید)

---

۶) در کهکشان ها نیروهای مختلفی به یک ستاره وارد می شود که بعضی از آنان می توانند در خلاف جهت سرعت ستاره نیز باشند که به این نیرو ها ، اصطکاک دینامیکی می گوییم
الف) اگر سرعت مداری دایروی ، ستارگان در همه جای کهکشان ثابت باشد ، با استفاده از قانون دوم نیوتون تابعیت چگالی را در این کهکشان بر حسب فاصله از مرکز کهکشان بدست آورید .

ب) با فرض اینکه نیروی اصطکاک دینامیکی به سرعت دورانی ستاره ، چگالی کهکشان ، جرم ستاره و ثابت جهانی گرانش بستگی داشته باشد ، با تحلیل ابعادی تابعیت این نیرو را بدست آورید .

ج) مدت زمانی را که طول می کشد ستاره از شعاع اولیه r ، به علت این اصطکاک به مرکز کهکشان بیافتد را حساب کنید (در کل مسیر سقوط سرعت ستاره را ثابت و عمود به شعاع در نظر بگیرید ، از تعریف گشتاور استفاده کنید !)