

تمرین سری پنجم

دینامیک جسم صلب

تاریخ تحویل تا پایان روز یکشنبه 27 اردیبهشت/ اتاق 134

1. مولکول CH_2O را در نظر بگیرید. فرض کنید این مولکول یک جسم صلب به صورت یک تتراهدرון که وجه‌هایش مثلث‌های متساوی‌الاضلاع است. جرم اتم‌های اکسیژن، کربن و هیدروژن به ترتیب برابر است با 16، 12 و 1 AMU .

آشنان دهید دستگاه مختصاتی که در شکل زیر نشان داده شده است، *Principal Axes* هستند.

(*Principal Axes*، یعنی مختصاتی که در آن تانسور لختی قطری است.)

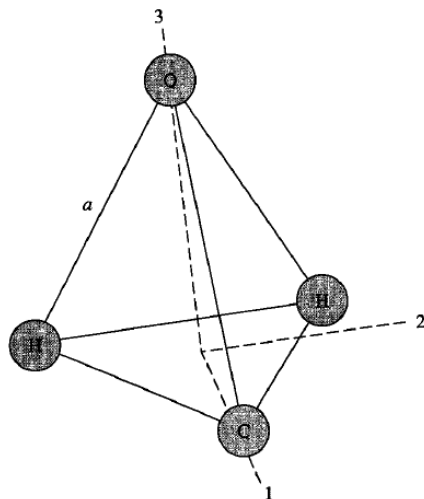
ب. تانسور لختی را برای این مولکول در این مختصات بیابید.

پ. فرض کنید که مولکول با سرعت زاویه‌ای زیر در حال چرخش است

$$\vec{\omega} = \omega_1 e_1 + \omega_2 e_2 + \omega_3 e_3$$

نشان دهید حرکت مولکول اگر ω_1 و ω_2 در مقایسه با ω_3 کوچک باشند یا ω_1 و ω_3 در مقایسه با

ω_2 کوچک باشند، پایدار است. و پایدار نیست اگر حول محور یک دوران کند.



2. فریزبی‌ایی را در هوا رها می‌کنیم. اگر اصطکاک هوا یک گشتاور اصطکاکی $-c\vec{\omega}$ به فریزبی اعمال کند، نشان دهید مختصه‌ی $\vec{\omega}$ که در راستای محور تقارن است، با گذشت زمان به صورت اکسپوننشالی کاهش پیدا می‌کند.

همچنین نشان دهید زاویه α که زاویه‌ی بین سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega}$ و محور تقارن است، با زمان کاهش پیدا می‌کند اگر I_S (لختی حول محور تقارن) بزرگ‌تر از I (لختی حول دیگر محورها) باشد.

3. فرض کنید سیستمی از 6 ذره به جرم m داریم که مطابق شکل زیر با طناب‌هایی به طول $2a$ ، $2b$ و $2c$ به هم متصل شده‌اند. طناب‌ها به صورت عمود بر هم از نقطه‌ی میانی‌شان به هم متصل شده‌اند.

آنها را دهید مختصاتی که به وسیله‌ی طناب‌ها تعریف می‌شود، *Principal Axes* هستند. تانسور لختی را در این مختصات بیابید.

ب. با استفاده از جبر ماتریسی تکانه‌ی زاویه‌ای و انرژی جنبشی این سیستم را وقتی با سرعت زاویه‌ای ω حول محوری که از مرکز و نقطه‌ی (a, b, c) می‌گذرد، به دست آورید.

