

تمرین مکانیک تحلیلی ۱ - پاییز ۹۳

سری هفتم - موعد تحویل: یکشنبه ۱۴ دی ۹۳

۴ سوال از ۶ سوال زیر را به صورت دلخواه انتخاب کرده و حل نمایید.

۲ سوال باقی مانده را همراه سری هشتم در روز امتحان تحویل دهید!

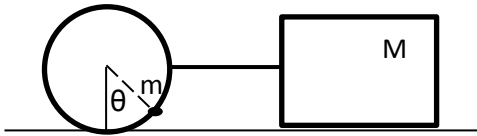
سوال (۱)

مطابق شکل زیر جسمی به جرم M به طرز کاملاً محکمی بر روی یک میز افقی بدون اصطکاک به یک مسیر دایره ای بدون جرم به شعاع a متصل شده است. ذره به جرم m مقید به حرکت بدون اصطکاک بر روی یک مسیر دایره ای عمودی است.

الف) با استفاده از θ به عنوان یکی از مختصه ها، لاگرانژین را بدست آورید.

ب) معادلات حرکت را پیدا کنید.

پ) در وضعیت حدی زوایای کوچک، معادلات حرکت مربوط به θ را بر حسب تابعی از زمان حل کنید.

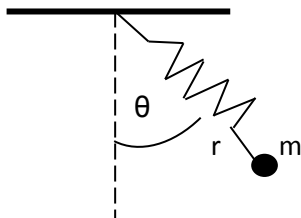


سوال (۲)

یک اونگ فنری از جرمی به جسم m که به یک انتهای فنر بدون جرمی با ثابت فنر k متصل گردیده، تشکیل شده است. طرف دیگر فنر به یک نقطه ی نگهدارنده ی ثابت بسته شده است. در حالی که وزنه ای به فنر متصل نیست، طول فنر L است. فرض کنید حرکت سیستم به یک صفحه ی عمودی محدود است.

معادلات حرکت را بدست آورید.

موقعیت تعادل رو بدست آورید.



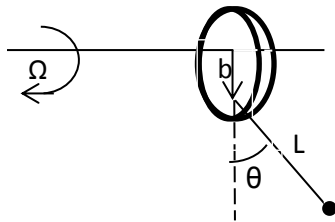
برای جابجایی های کوچک حول نقطه ی تعادل معادلات شعاعی و زاویه ای را حل کنید.

سوال ۳)

آونگ ساده ای به طول L از لبه ی چرخ ی به شعاع b که با سرعت زاویه ای ثابت Ω در یک صفحه ی عمودی در حال چرخش است، آویزان است. تنها حرکت هایی را در نظر میگیریم که در آن حرکت نوسانی آونگ در صفحه ی چرخ صورت گیرد.

الف) معادله ی دیفرانسیل دقیقی برای جابجایی زاویه ی θ این حرکت بدست آورید. همچنین رابطه ی ساده شده ای بنویسید که برای نوسانات با دامنه ی کوچک برقرار باشد.

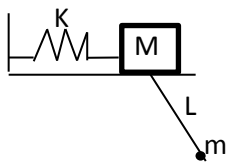
ب) فرض کنید شعاع b و دامنه ی نوسان حرکت هر دو بسیار کوچک هستند. جواب حالت پایای تقریبی ای برای معادله ی حرکت بیان کنید که تحت این فرض ها برقرار باشد. (می توانید از ناپایداری هایی که در صورت وجود یک اتلاف ناچیز حذف میگردد صرفنظر کنید)



(دقت کنید مسئله دوبعدی است، نه سه بعدی)

سوال ۴)

آونگ ساده ای که از جرم m و ریسمان بدون وزنی به طول L تشکیل شده بر روی تکیه گاهی به جرم M نصب گردیده است. مطابق شکل تکیه گاه به یک فنر افقی با ثابت نیروی K متصل است.



الف) معادلات لاگرانژ را بنویسید.

ب) بسامدهای نوسان های کوچک را پیدا کنید.

ت) فرض کنید جای ریسمان فنری با ثابت k قرار داده شده باشد قسمت الف و ب را دوباره باز نویسی کنید.

سوال ۵)

دوجرم به جرم های M و m مطابق شکل به وسیله ی قرقره بدون جرم، طنابی بدون جرمی به طول d و فنری بدون جرمی با ثابت K و طول اولیه L متصل شده اند.

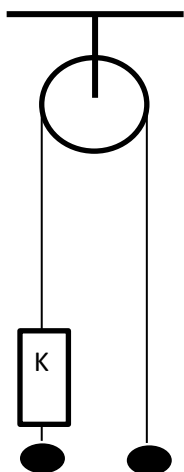
الف) لاگرانژین این سیستم بنویسید.

ب) معادلات حرکت را بدست آورید.

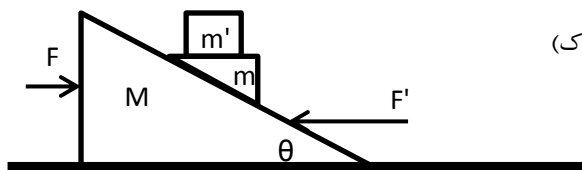
پ) با فرض برابر بودن جرم ها $m=M$ حول نقطه ی تعادل بسامد نوسان های کوچک را بدست آورید.

ت) حال فرض کنید جرم قرقره برابر M است، قسمت الف، ب، پ را دوباره بررسی کنید.

(اصطکاک طناب با قرقره ناچیز است)



سوال ۶)



مطابق شکل دو جرم به جرم های m و M روی هم قرار دارند. (کلیه سطوح بدون اصطکاک)
الف) تعداد درجه های آزادی سیستم چند تاست؟ لاگرانژی سیستم را بنویسید
و معادلات حرکت را با کمک آن بدست آورید.

ب) حال نیروی ثابت F به جسم M وارد می شود، قسمت الف را بازنویسی کنید.

پ) جسم m' را روی جسم m قرار داده سپس معادلات حرکت را بدست آورید. (یکبار فرض کنید نیروی F وجود ندارد، و بار دیگر با وجود نیروی F معادلات را بدست آورید.)

ت) مساله ی سه جسم را بدون در نظر گرفتن نیروی F و با در نظر گرفتن نیروی F' (که فقط خلاف جهت نیروی F) است و به جرم M دوباره وارد می شود را حل کنید. (لاگرانژی را نوشته و معادلات حرکت و بدست بیاورید) - قبل از حل قسمت ت آیا این قسمت با قسمت پ متفاوت است یا خیر؟

ث آیا می توان حداقل مقدار F' را بدست آورد که جسم های m و m' فقط در راستای عمودی حرکت کنند، در راستای افقی حرکت نداشته باشند. (برای شهود بهتر میتوان برای دو جسم در نظر گرفت در ابتدا)