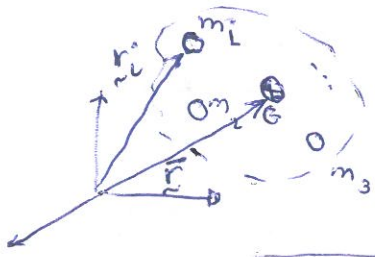
سینتیک سیستم ذرات



$$\sum_{i=1}^{n} m_i \underset{\sim}{r}_i = m \underset{\sim}{\bar{r}}$$

موقعیت مرکز جرم — جرم کل

$$\sum \underset{\sim}{F} + \sum \underset{\sim}{f}^{\circ} = \sum m_i \underset{\sim}{\ddot{r}}_i = m \underset{\sim}{\ddot{\bar{r}}} \quad , \quad \sum \underset{\sim}{F} = \underset{\sim}{\dot{P}}_{کل}$$

قانون دوم نیوتن: برآیند نیروهای خارجی وارد بر n ذره — برآیند نیروهای داخلی صفر است — شتاب مرکز جرم در آن لحظه

(حتی اگر مکان مرکز جرم هم در هر لحظه تغییر کند، رابطه بالا برای مرکز جرم در هر لحظه صادق است)

رابطه کار و انرژی: $(T_1 + V_1) + U_{1-2}^{N.C} = (T_2 + V_2)$

مجموع انرژی کامل سیستم در لحظه ①

مجموع انرژی جنبشی ذرات در لحظه ①

مجموع انرژی پتانسیل ذرات در لحظه ①

کار نیروهای نااستاری در فاصله ① تا ② روی سیستم

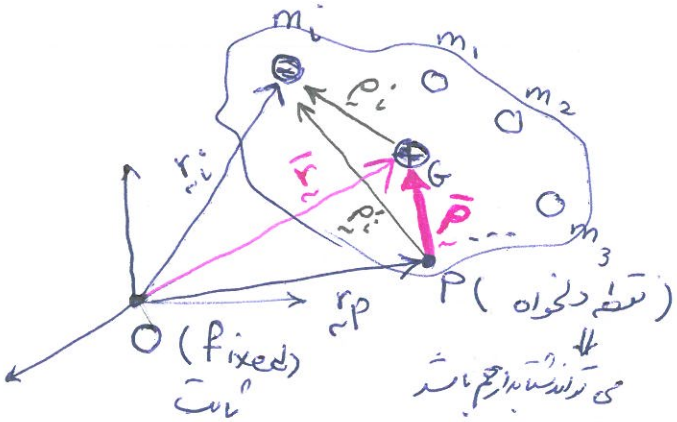
$$T = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad , \quad V = \sum_{i=1}^{n} (V_e + V_g)$$

انرژی پتانسیل الاستیکی — انرژی پتانسیل ثقلی

$$\underset{\sim}{P} = \sum m_i \underset{\sim}{v}_i = m \underset{\sim}{v}_G$$

مومنتم خطی کل — جرم کل — سرعت مرکز جرم

توجه: $T_{\text{سیستم ذرات}} \neq \frac{1}{2} m_{\text{کل}} v_G^2$ لزوماً



ممنتم زاویه‌ای دستگاه ذرات:

- به شکل مقابل توجه کنید:

بردارهای زیر را داریم که می‌خواهیم

روابط مربوط به ممنتم زاویه‌ای دستگاه ذرات را

برحسب آن‌ها بیان کنیم:

1) $\bar{r}_i$: بردار مکان جرم m_i نسبت به نقطه ثابت O

2) $\bar{r}$ = بردار مکان مرکز جرم نسبت به نقطه ثابت O

3) $\bar{\rho}_i$: بردار موقعیت نسبی ذره m_i نسبت به مرکز جرم

$$\Rightarrow \text{به عبارتی} \quad \bar{r}_i = \bar{r} + \bar{\rho}_i$$

4) $\bar{\rho}$: بردار نسبی مرکز جرم نسبت به نقطه دلخواه P (لزوماً شتاب‌دار)

$$\Rightarrow \text{به عبارتی} \quad \bar{r}_p + \bar{\rho} = \bar{r}_G$$

(توجه: بردار $\bar{\rho}$ از نقطه P شروع شده و به G ختم می‌شود)

5) $\bar{\rho}'_i$: بردار نسبی ذره m_i نسبت به نقطه دلخواه P

$$\Rightarrow \text{به عبارتی} \quad \bar{r}_i = \bar{r}_p + \bar{\rho}'_i$$

(شبیه آیتم شماره 3 است که در آن موقعیت نسبی ذرات نسبت به مرکز جرم نوشته می‌شد؛ با این تفاوت که در این وضعیت بردارهای نسبی نسبت به نقطه دلخواه P نوشته می‌شوند)

- به کاربردی تفاوت بالا، برای ممنتم زاویه‌ای سیستمی از ذرات به روابط

نوشته شده می‌رسیم:

1) $\boxed{\sum \underset{\sim}{M}_O = \dot{\underset{\sim}{H}}_O}$ → مجموع بردارهای گشتاور تمام نیروهای وارد بر سیستم حول هر نقطه ثابت O برابر است با آهنگ تغییرات مومنتم زاویه‌ای سیستم حول آن نقطه ثابت.

O نقطه ثابت

$\left[\text{یادآوری} : \underset{\sim}{H}_O = \sum_{i=1}^{n} (\underset{\sim}{r}_i \times m_i \underset{\sim}{V}_i) \right]$ (سرعت مطلق ذره نام)

2) $\boxed{\sum \underset{\sim}{M}_G = \dot{\underset{\sim}{H}}_G}$ → این معادله نیز همیشه درست است؛ به شرطی که

G : مرکز جرم سیستم در هر لحظه

مجموع گشتاورهای حول مرکز جرم برابر است با آهنگ تغییرات مومنتم زاویه‌ای حول مرکز جرم [طبیعتاً در محاسبه H و M ، بردارهای از مرکز جرم به ذره نام وصل می‌شود]

3) $\boxed{\sum \underset{\sim}{M}_P = \dot{\underset{\sim}{H}}_G + \underset{\sim}{\rho} \times m \underset{\sim}{a}}$ رابطه حول نقطه دلخواه P وقتی که گشتاور مرکز جرم معلوم باشد:

- مجموع گشتاورهای خارجی حول نقطه دلخواه P
- آهنگ تغییر مومنتم زاویه‌ای حول مرکز جرم
- بردار ρ از نقطه P به مرکز جرم G وصل می‌شود
- جرم کل
- شتاب مرکز جرم
- شتاب مطلق مرکز جرم

4) $\boxed{\sum \underset{\sim}{M}_P = (\dot{\underset{\sim}{H}}_P)_{rel} + \underset{\sim}{\rho} \times m \underset{\sim}{a}_P}$ رابطه حول نقطه دلخواه P وقتی که گشتاور نقطه P معلوم باشد:

- $\sum \underset{\sim}{\rho}'_i \times m_i \underset{\sim}{\rho}'_i$: مومنتم زاویه‌ای نسبی ذره نام نسبت به P
- موقعیت نسبی ذره نام نسبت به P
- جرم کل
- شتاب مطلق نقطه P

روابط (1) تا (4) همواره برقرارند و شما با حل مسئله، ساده‌ترین و مناسب‌ترین رابطه را جهت حل مسائل دینامیک سیستمی از اجسام (و به طور شاید جهت بررسی سینتیک اجسام صلب در آینده) انتخاب نمایید.

رابطه (4) که شتاب‌ها را به رابطه ساده‌تر تبدیل می‌کند:

$$\sum \underset{\sim}{M}_P = (\underset{\sim}{\dot{H}}_P)_{rel} \quad : \text{if}$$