مکانیک کوانتومی تمرین سری ۱۱

تحویل ۲۶ آذر

---

۱) هامیلتونی برای یک جسم دوران کننده با تقارن محوری، به صورت:

$$H = \frac{L_x^2 + L_y^2}{2\,I_1} + \frac{L_z^2}{2\,I_3}$$

الف) مقادیر ویژه هامیلتونی را بیابید.

ب) با فرض $I_1 > I_3$، طرحی از طیف انرژی رسم کنید.

پ) در حالتی که I_1 خیلی بیشتر از I_3 باشد،طیف انرژی چه خواهد بود؟

ت) این بار، طیف انرژی یک سیستم با هامیلتونی زیر را بیابید:

$$H = \frac{L^2}{2I} + \alpha L_z$$

۲) ذره ای در پتانسیلی با تقارن کروی در حالت زیر قرار دارد:

$$\psi(x,y,z) = C(xy + yz + zx)e^{-\alpha r^2}$$

احتمال اینکه اندازه گیری L^2 مقدار صفر را بدهد چقدر است؟

احتمال اینکه این مقدار $6\hbar^2$ باشد چقدر است؟

اگر مقدار l برابر2 اندازه گیری شود، احتمال نسبی مقادیر $m = 2,1,0,-1,-2$ چقدر است؟

3) با استفاده از عملگرهای پایین آورنده، وابستگی زاویه‌ای $Y_{4m}(\theta,\varphi)$ را برای $m =$ 0,1,2,3محاسبه کنید. توجه کنید که $Y_{44}(\theta,\varphi) = Ae^{4i\varphi}\sin^4\theta$.

4) حالت زیر را در نظر بگیرید:

$$\psi(x,y,z) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}}\frac{z}{r^2} + \frac{1}{\sqrt{3\pi}}\frac{x}{r^2}$$

الف) $\psi(x,y,z)$ را بر حسب هماهنگ های کروی بیان کنید. سپس $\hat{L}^2\psi(x,y,z)$ و $\hat{L}_z\psi(x,y,z)$ را محاسبه کنید. $\psi(x,y,z)$ ویژه مقدار کدام یک از $\hat{L}^2$ و $\hat{L}_z$ است؟

ب) $\hat{L}_{\pm}\psi(x,y,z)$ و $\langle\hat{L}_{\pm}\rangle_{\psi}$ را حساب کنید.

ج) اگرمولفه z تکانه زاویه ای مداری اندازه گیری شود احتمال یافتن نتایج 0، $\hbar$ و $-\hbar$ چقدر است؟